

RELACIONES NUMÉRICAS EN PREESCOLAR. Intenta estas tempranas experiencias de aprendizaje para potenciar la comprensión del número y la cantidad

(Traducción de: Jung, M. (2011). Number relationships in preschool. Teaching Children Mathematics, May 2011, NCTM: Reston: Virginia)

Mostrando a sus estudiantes de 4 y 5 años un dibujo de 6 redondeles en un grupo de ellos que ha sido puesto en una posición particular (arrangement) de dominó, Becky pregunta: ¿Cuántos hay?

Ethan rápidamente responde: “Yo veo un numero. Parece un poco menos que cinco”.

Sam, que está sentado próximo a Ethan, argumenta: “no, es seis. Aquí hay tres arriba y aquí hay dos y uno mas”.

Katie, la niña mayor de la clase, tiene una visión diferente del numero: Es seis, porque es dos mas dos mas dos”

ENTENDIENDO LAS RELACIONES NUMERICAS

Becky es una profesora de preescolar que está haciendo un curso de la universidad. Su propósito primario con esta lección era desarrollar la comprensión de los niños de las relaciones numéricas, lo que va mucho más allá de enseñar destrezas de contar. Cuando un niño entiende las relaciones numéricas comprende el significado de los números, desarrollando múltiples y flexibles formas de representarlo (ver fig. 1). La importancia de desarrollar relaciones numéricas en los primeros años ha sido destacada porque ayuda a los niños a construir una buena base para desarrollar una comprensión mas sofisticada del número y la cantidad (NCTM, 2000); por lo tanto, los profesores de los niños pequeños deben proporcionar experiencias variadas con las relaciones de números que permitan a los estudiantes desarrollar flexibilidad en representar los números.

Tres tipos de relaciones numéricas (por ejemplo, subitizar, mas-menos y parte-todo) pueden ser enseñadas en las clases infantiles. Este artículo esquematiza estas relaciones numéricas, acompañadas de las actividades de clase que Becky presenta en su clase de preescolar, y discute aproximaciones instruccionales efectivas para enseñar las relaciones numéricas.

SUBITIZAR

Dos días mas tarde, Becky presentó de nuevo la actividad ¿Cuántos redondeles hay en el dibujo?, pero ella añadió un cambio. Mostró a los niños un dibujo de 5 redondeles en una posición de dominó por un tiempo de unos tres segundos antes de preguntarles otra vez cuantos redondeles había. Kate rápidamente respondió: “Hay un cuadrado y uno (redonde!) en el medio”.

Clara estuvo de acuerdo con la repuesta de Katie, explicando: “Yo os enseño por qué ella lo ve. Hay cuatro (en las esquinas), luego un grupo de cuatro. Este otro (en el medio) hace un grupo de uno. Luego juno, dos, res cuatro (hace una pausa) cinco!”.

Sam dibujó cinco en una forma diferente y compartió su idea: “Yo agrupé así, como 3 y 2”

Para determinar el número en una colección de objetos, las personas a menudo se apoyan en contar o estimar. Sin embargo, si la cantidad de la colección es menos que 6 o 7, las personas a menudo miran el conjunto y determinan la cantidad sin contar. En el ejemplo, Becky mostró a sus alumnos los 5 redondeles muy rápidamente porque ella quería valorar si ellos podrían reconocer cantidades sin contar. El proceso de ver el número en un conjunto sin contar se llama subitizar, y es una poderosa herramienta para potenciar la comprensión de los niños del número. Por ejemplo, los niños pequeños que conocen la secuencia correcta de las palabras de contar pueden no entender que la última palabra contadora representa la cantidad total de la colección que ha sido contada (Fuson, 1988). Su falta de habilidad para entender la propiedad cardinal de las palabras contadoras a menudo les impide responder la cuestión ¿Cuántos hay?. De acuerdo con Benoit et al (2004), subitizar juega un papel crítico en la adquisición del concepto de cardinalidad. Subitizar también promueve la comprensión de los niños de las relaciones parte-todo (Clements, 1999). En la clase de Becky, Clara y Katie vieron 5 (el todo) como compuesto de 1 (parte uno) y 4 (parte 2) y entonces supieron que había 5 redondeles sin tener que contar. Desde este punto de vista, subitizar es más un proceso matemático que un proceso perceptual (Fosnot y Dolk, 2001).

Pensando en la enseñanza, los profesores deben recordar que los niños necesitan experiencias tanto con contar como con subitizar de modo que los niños puedan ver que ambos métodos son apropiados y que ambos métodos dan el mismo resultado. Cuando los estudiantes ganan más precisión en subitizar pequeñas cantidades, sus profesores pueden desafiarlos presentándoles varias secuencias de números (ver fig. 1). Animar a los niños a compartir sus diferentes percepciones de la cantidad es también importante, porque el compartir extiende su habilidad para representar cantidades (Clements, 1999).

RELACIONES MÁS-MENOS

Aunque subitizar es un camino efectivo para reconocer una cantidad, puede no ser suficiente para ayudar a los niños pequeños a desarrollar una comprensión completa de las relaciones numéricas. Dado un par de colecciones con diferentes cantidades, muchos niños de alrededor de cuatro años son capaces de decidir que colección tiene más (Clements, 2004). Sin embargo, determinar cuántos tiene más (o menos) una colección más que otra es más exigente que simplemente identificar que colección tiene más (o menos), incluso cuando los niños utilizan el contar. El siguiente ejemplo es de la clase de Becky.

Una rutina diaria es recordar el tiempo del día. Los preescolares observan el tiempo y lo registran sobre una carta del tiempo para adivinar que clase de tiempo (soleado, nublado, ventoso, lluvioso o nevado) hay más a menudo.

A mitad de febrero, Becky preguntó: ¿Qué podéis decirme sobre la carta del tiempo?-

Jackson contestó: “Nublado es el ganador. Tiene siete”

“¡Soleado tiene cuatro! Está alcanzando nublado” añadió Clara.

Entonces Darryl exclamó. “Ah, necesitamos cuatro [días nublados] más”

Jackson no estuvo de acuerdo con la idea de Darryl: “No, es tres más. Uno, dos, tres” [mientras el contaba la quinta, sexta y séptima posición de la columna soleada sobre la carta del tiempo].

Los profesores a menudo dan por supuesto que los niños entienden automáticamente las relaciones más o menos mientras aprenden a contar. El ejemplo anterior, sin embargo, ilustra que las relaciones más o menos no son fáciles para los niños pequeños. Darryl sabía que la carta tenía siete días nublados y cuatro soleados, pero él no tenía una comprensión completa de que siete es tres más que cuatro. La habilidad de los niños pequeños para apoyarse en la secuencia correcta de palabras de contar (p.e., aprender a contar para ser repetido desde la memoria) puede ayudarles a determinar que uno es mas o menos utilizando el principio de los números mayores: La última palabra número es llamada en la secuencia de contar la mayor cantidad que tiene (Baroody, 2004) Sin embargo, la habilidad de usar el principio de los números mayores no garantiza que los niños vean las relaciones entre pares de números, incluso cuando esos pares están cercanos unos a otros en términos de cantidad. Esto es, Darryl puede conocer que 7 es mas grande que cuatro porque viene después en la sentencia de contar, pero puede no darse cuenta de que siete es exactamente tres mas que cuatro o que cuatro es tres menos que 7.

¿Por qué es la relación entre pares dos partes de un todo tan desafiante? De acuerdo con Clements (20004) los niños pequeños deben llegar a darse cuenta de que una cantidad (el menos) debe contener la otra (el mas), en lugar de ver ambas cantidades como mutuamente excluyentes. El concepto también les requiere pensar en la diferencia entre dos cantidades como una tercera cantidad, lo que es la noción de parte-todo. Este desarrollo lleva su tiempo y puede ser potenciado con experiencias de aprendizaje apropiadas. Desafortunadamente, muchos profesores presionan a los niños preescolares para que memoricen relaciones mas/menos antes de que esa relación tenga sentido para ellos. Cuando los niños no están presionados para utilizar las relaciones mas/menos, muchos de ellos desarrollan naturalmente la comprensión y adquieren mas confianza en el uso de esas relaciones (Carpenter et al, 1996). Una información clave para los profesores es que los niños necesitan una amplia variedad de experiencias con las relaciones mas/menos que están conectadas con experiencias de contar mucho antes del comienzo de la instrucción formal de la adición y la sustracción.

RELACIONES PARTE-TODO

El ultimo tipo de relaciones numéricas es uno en el que una cantidad (un todo) puede ser partido en dos o mas partes (p.e.,5 como 2 y 3, 10 como 2, 3 y 5). Los niños que no entienden las relaciones parte-todo tendrán dificultades con la adición, la sustracción y otros problemas matemáticos (Baroody, 2000). Por ejemplo, para evaluar, Becky contó 5 fichas con Daniel (4 años):"Cuenta conmigo. Uno, dos, tres, cuatro, cinco". Entonces ella dijo: "Yo voy a esconder alguno; tu tienes que adivinar cuantos he escondido"

Becky lentamente retiró tres fichas delante de Daniel y las ocultó, dejando dos sobre la mesa. Después de diez segundos, Daniel respondió: "Cuatro". Con experiencia, los pequeños ganan naturalmente comprensión sobre la relación parte todo; sin embargo, ello puede no ser una tarea fácil para algunos niños como Daniel.

¿Por qué es importante la habilidad de los niños para entender las relaciones parte-todo?. Una comprensión incompleta de las relaciones parte-todo puede dar como resultado una deficiente realización de los problemas tales como $4 + \quad = 11$ (Resnik, 1992). También el concepto de parte-todo puede servir como una base para la comprensión de conceptos mas avanzados, tales como valor de posición y fracciones (Baroody, 2004) En un estudio con preescolares, por ejemplo, Fischer (1990) encontró que los estudiantes en el grupo que recibían instrucción matemática enfocada sobre la relación parte-todo mostraban una mayor comprensión del valor de posición que aquellos del grupo control, que recibieron su curriculum habitual sobre los conceptos numéricos.

Finalmente, el entendimiento de un niño de la relación parte todo proporciona una base para apreciar las cantidades continuas, tales como longitud y área. En la clase de Becky, por ejemplo, Daniel expresó su intención de medir la longitud de una mesa de la clase. Con ayuda de Becky, seleccionó dos reglas de diferentes longitudes, las puso juntas y encontró que la longitud de las dos reglas era ligeramente mas corta que la mesa. Entonces el cambió la posición de las reglas, revelando su concepción errónea de que cambiando el orden de dos cantidades podría haber alguna diferencia. Concepciones erróneas similares se encuentran a menudo entre los niños pequeños cuando ellos tratan con cantidades discretas (p.e., fallan en reconocer que la suma de tres y ocho es la misma que la de ocho y tres).

Muchas actividades puede promover la comprensión de los niños pequeños de la relación parte todo. Primero, la instrucción que permite a los niños identificar un sumando desaparecido es efectiva porque es un aspecto importante de la relación parte todo. Por ejemplo, una actividad apropiada que conecta sumandos desconocidos y las nociones iniciales de substracción involucra contar uno por uno colocando los ítems a la vez que un niño oculta alguno de ellos bajo un vaso.

Segundo, la enseñanza debería animar a los niños a ver todas las posibles composiciones parte-todo para un número dado. Para los niños pequeños, algunas combinaciones para formar un número son mas fáciles que otras. Ellos pueden tener experiencia de tales diferencias incluso cuando tratan con las mismas composiciones parte-todo. Por ejemplo, algunos niños que entienden que uno mas ocho es nueve pueden no responder inmediatamente cuando se les pregunta “Qué número es ocho mas que uno?”. Facilitar este desarrollo puede animarles a representar un número en varias formas a través de la composición y descomposición (ver la actividad de los grupos partidos sintetizada en la tabla 1).

IMPLICACIONES PARA LA ENSEÑANZA

La declaración conjunta de la NAEYC y la NCTM advertía que: “para crear coherencia y potencialidad en el curriculum, los profesores pueden permanecer enfocados sobre las grandes ideas de matemáticas y sobre las conexiones y secuencias entre esas ideas (NAEYC y NCTM 2002, p.8)”. En las secciones previas, se discutió la importancia de desarrollar relaciones numéricas, incluyendo por qué la comprensión de los niños debería ser potenciada en los primeros años. La sección siguiente sugerirá lo que los que los profesores pueden hacer para ayudar a los niños a entender las relaciones numéricas.

Desde una perspectiva instruccional, las tres características de las relaciones numéricas están conectadas unas a otras y por tanto pueden ser desarrolladas al mismo tiempo. Por ejemplo, 8 puede ser:

- subitizado conceptualmente como dos grupos de 4;
- representado en relaciones mas-menos, tales como dos menos que 10 y
- visto como un todo formado por dos conjuntos de 5 y 3.

Para ayudar a los niños a establecer conexiones, los profesores deben presentar experiencias de aprendizaje apropiadas que les ayuden a reflexionar sobre todas las características clave de las relaciones numéricas explorando, examinando y comunicando su comprensión del numero y la cantidad. Desde esta visión, un rectángulo dividido en dos filas con 5 cuadrados cada una puede ser una herramienta efectiva para enseñar todas las relaciones numéricas (Losq 2005). Por ejemplo, los profesores pueden añadir seis contadores en un rectángulo dividido en dos filas con cinco partes en cada una (un marco de 10) y pedir a los niños que subiticen la

cantidad. Si la mayoría de ellos tienen éxito en la tarea de subitizar, los profesores pueden continuar animando a los niños a pensar en diferentes interpretaciones de seis presentando varias distribuciones (ver figura 2). Análogamente, los profesores pueden usar un 'reknerek' (ver Fig. 3) para enseñar tres tipos de relaciones numéricas. Un reknerek está formado por veinte bolas en dos filas, y cada fila tiene un conjunto de 5 bolas rojas y 5 blancas. Siguiendo a Grauberg (1998) la estructura de un reknerek proporciona un fácil acceso para subitizar cantidades porque 5 bolas en cada fila están separadas por color. Por ejemplo, 8 puede ser entendido fácilmente de varias formas, como 5 y 3, 4 y 4, y dos menos 10 (ver Fig. 3a y 3b). Investigaciones recientes de Tournaki y otros (2008) muestran la efectividad de usar un reknerek. Estos autores encontraron que los niños con problemas de aprendizaje que recibieron instrucción sobre conceptos numéricos con problemas de adición y sustracción usando un reknerek mostraron unos logros significativamente más altos que los otros niños que estaban en el grupo control (que no había recibido esa instrucción).

La Tabla 1 resume otras actividades que los profesores pueden utilizar para la enseñanza de todas las relaciones numéricas. Para estas actividades, los niños pequeños son animados a utilizar diferentes clases de materiales manipulativos para dar sentido a su representación del número y la cantidad. Usar manipulativos matemáticos, tales como contadores y cubos Unifix, ha sido durante largo tiempo una característica de las clases infantiles. Desafortunadamente, en algunas clases tradicionales, se ha asumido que los profesores pueden 'decir' a los estudiantes lo que los materiales muestran y que el uso de los materiales garantiza el aprendizaje de los estudiantes. Sin embargo, los conceptos matemáticos no están inherentemente ligados a los materiales manipulativos; los niños tienen que construir la comprensión. Las herramientas apropiadas pueden ayudar, pero no garantizan esta construcción (Gravemeijer, 1991). Para que los niños pequeños construyan una comprensión verdadera de las relaciones numéricas, sus profesores deben animarles a trabajar activamente con cantidades en situaciones variadas, usando diferentes materiales manipulativos matemáticos a través de largos periodos de tiempo.

DISCUSIÓN

El artículo proporciona ejemplos de lo que la investigación dice sobre la habilidad de los niños pequeños para aprender las relaciones numéricas y que implicaciones tiene esa investigación para los profesores de esos niños. Aunque los niños más pequeños tienen un sentido intuitivo del número y la cantidad, desarrollarlo hacia una más completa comprensión de los conceptos numéricos y el razonamiento matemático lleva un tiempo considerable. A lo largo de esos primeros años, los profesores deberían proporcionar oportunidades a los niños para desarrollar múltiples formas de representar cantidades en lugar de limitar la instrucción a enseñar destrezas de contar o numerales escritos. Por otra parte los niños pequeños necesitan ver los números en contexto y trabajar con cantidades en diferentes situaciones en mucha mayor medida de lo que necesitan la destreza en hecho numéricos. Todavía más importante son los entornos de clase en los que los niños son animados a compartir libremente con otros niños su pensamiento acerca del número y la cantidad. Cuando todo lo anteriormente mencionado tiene lugar, los estudiantes normalmente nos sorprenden con su profundidad de comprensión.

TABLA 1

Enseñar relaciones numéricas animando a vuestros pequeños alumnos a representar un número en varias formas a través de actividades de composición/descomposición.

Actividad (nivel)	Orientaciones
Propiedad de ser 5	Situar cinco cubos Unifix (p.e., 3 verdes y 2 amarillos) sobre los dedos del profesor de una mano y mostrarlos brevemente. Preguntar a los estudiantes cuantos ven. Mas tarde, hacerlos investigar diferentes formas de hacer 5 (ver Novakowski, 2007)
Imágenes rápidas (prekindergarten hasta primer año de primaria)	Tener a los niños usando manipulativos (p.e., contadores) para representar la misma cantidad en la misma forma en la que se muestra en una pantalla. Desafiarles a decir una cantidad que sea más (o menos) de la que se muestra sobre la pantalla. Colocar contadores de dos colores en varias distribuciones sobre el proyector (de forma que se proyecte en la pantalla) de modo que los niños sean desafiados para subitizar conceptualmente una todo como compuesto de partes.
Carreras de fichas (prekindergarten hasta primer año de primaria)	Dos niños juegan en esta actividad. Haciendo rodar un dado, ellos pueden mover sus bolas contadoras sobre el tablero para acabar una línea (de cero a diez). Preguntar frecuentemente a cada jugador: ¿Cuántos conseguiste esta vez con el dado? Y ¿Cuántos mas necesitas para ganar la carrera? (ver Fosnot y Dolk, 2001)
Romper estructuras (prekindergarten hasta primer año de primaria)	Dar a los niños una torre de 10 cubos Unifix y pedirles que la rompan en dos partes detrás de su espalda (cada mano sujeta una parte). Permitirles ver solo una de las dos partes mientras la otra parte permanece detrás de ellos. Pedirles que calculen cuantos cubos hay detrás de sus espaldas sin mirarlos. Discutir todas las posibles combinaciones de 10.
Edificar una pirámide con vasos de plástico (prekindergarten hasta primer año de primaria)	Pedir a los niños que construyan un edificio con forma de triángulo con vasos de plástico desechables (ver Andrews y Trafton, 2002). Conceder a los niños dos semanas para su libre exploración. Para la actividad, no dar a los niños los vasos de plástico. En lugar de ello, pedirles que determinen cuantos vasos necesitarían para construir un triángulo con un numero especificado de niveles (p.e, ¿Podéis calcular cuantos vasos necesitaríais para edificar un edificio de cuatro plantas incluso antes de que yo os de los vasos? Los profesores pueden animar a dibujar sus imágenes mentales del edificio para la actividad (ver fig.4).