

T1: Matrices y Determinantes (Hoja 1)

Soluciones:

$$1. (A + B)^t = A^t + B^t = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

$$2. (A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t = \begin{pmatrix} -4 & -2 & 1 \\ 4 & 3 & 6 \\ -1 & 8 & 13 \end{pmatrix}$$

$$3. X = (A - I)^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 10/3 & -1 \\ 7/2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$4. \text{ Si } t = 4 \Rightarrow \text{Rango (matriz)} = 1$$

$$\text{ Si } t \neq 4 \Rightarrow \text{Rango (matriz)} = 2$$

$$5. X = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$6. \text{ Si } A \cdot B \neq B \cdot A \Rightarrow (A + B)^2 = A^2 + A \cdot B + B \cdot A + B^2$$

$$\text{ Si } A \cdot B \neq B \cdot A \Rightarrow (A + B) \cdot (A - B) = A^2 - A \cdot B + B \cdot A - B^2$$

Las expresiones: $(A + B)^2 = A^2 + 2A \cdot B + B^2$ y $(A + B) \cdot (A - B) = A^2 - B^2$ sólo son válidas para las matrices A y B que sean conmutables entre sí.

$$7. \text{Rango}(A) = 3$$

$$8. A \cdot B - 3 \cdot A - I = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = O$$

$$9. X = A^{-1} \cdot C \cdot B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$10. f_1 = a \cdot f_2 + f_3 \Rightarrow \det(\text{matriz}) = 0$$

$$11. \begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & a & b+c+a \\ 1 & b & c+a+b \\ 1 & c & a+b+c \end{vmatrix} = (a+b+c) \cdot \begin{vmatrix} 1 & a & 1 \\ 1 & b & 1 \\ 1 & c & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned}
12. \text{Det}(A^1, A^2, A^3) &= \text{Det}(A^1 + \alpha \cdot A^2 + \beta \cdot A^3, A^2, A^3) = \\
&= \text{Det}(A^1, A^2, A^3) + \text{Det}(\alpha \cdot A^2, A^2, A^3) + \text{Det}(\beta \cdot A^3, A^2, A^3) = \\
&= \text{Det}(A^1, A^2, A^3) + \alpha \cdot \text{Det}(A^2, A^2, A^3) + \beta \cdot \text{Det}(A^3, A^2, A^3) = \\
&= \text{Det}(A^1, A^2, A^3)
\end{aligned}$$

$$13. \text{ Si } a \neq 0, b \neq 0 \Rightarrow \text{Rango}(\text{matriz}) = 3$$

$$\text{ Si } a = 0 \text{ ó } b = 0 \Rightarrow \text{Rango}(\text{matriz}) = 2$$

$$\text{ Si } a = b = 0 \Rightarrow \text{Rango}(\text{matriz}) = 1$$

$$14. \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 4 & 9 & 13 \\ 8 & 27 & 35 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2+3 \\ 4 & 9 & 4+9 \\ 8 & 27 & 8+27 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 4 & 9 & 4 \\ 8 & 27 & 8 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 4 & 9 & 9 \\ 8 & 27 & 27 \end{vmatrix} = 0$$

T1: Matrices y Determinantes (Hoja 2)

Soluciones:

1. $|A| = |A^t| = 38$
2. (a) $|A| = -|B| = -5$
(b) $|C| = 5 = |A|$
3. La columna 1 de B es 2 veces la columna de A
4. Por ejemplo: $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ -1 & 1 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

$$\text{Por tanto, } |A| = 74, |B| = -12 \Rightarrow |A| + |B| = 62 = |C|$$

5. A tiene una fila de ceros $\Rightarrow |A| = 0$
B tiene dos columnas proporcionales: $C_1 = 2 \cdot C_2 \Rightarrow |B| = 0$
C tiene una columna de ceros $\Rightarrow |C| = 0$
D tiene dos filas iguales $\Rightarrow |D| = 0$
E tiene una columna de ceros $\Rightarrow |E| = 0$

$$6. |B| = \begin{vmatrix} 2+0 & 3+1 & 1-2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = |A| + 0 = |A|$$

$$|C| = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1-12 \\ 0 & 1 & -2-3 \\ 3 & -1 & 2+3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 4 & -12 \\ 0 & 1 & -3 \\ 3 & -1 & 3 \end{vmatrix} = |B| + 0 = |B|$$

7. a) Correcta: dos filas iguales.
b) Correcta: se ha sacado factor común (2) a cada fila.
c) Incorrecta
d) Correcta: $\begin{vmatrix} a-1 & a \\ b+2 & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & a \\ b & b \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -1 & a \\ 2 & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & a \\ 2 & b \end{vmatrix}$
e) Correcta: se ha sacado factor común: (2) a la columna 1 y (b) a la fila 2.

8. a) -5
b) 5
c) -15
d) 10
e) 10
f) 0

9. a) $\frac{5}{2}$
b) 5
c) -5
d) 10
e) 15

10. a) Sí
b) Sí
c) No

11. $\begin{vmatrix} 6 & -7 & 18 \\ 9 & 21 & 4 \\ -3 & 14 & 10 \end{vmatrix} = 42 \begin{vmatrix} 2 & -1 & 9 \\ 3 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 5 \end{vmatrix}$

12. a) 3
b) $\frac{1}{5}$
c) $\frac{3}{5}$
d) $\frac{5}{3}$
e) $\frac{1}{10}$
f) $\frac{5}{2}$