

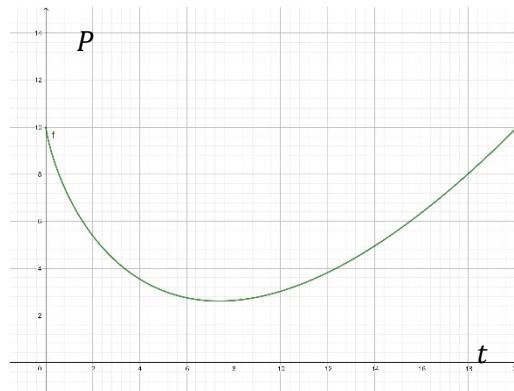
Problemas de aplicación en Economía y Empresa

- 1) El producto interior bruto de un país durante los últimos 20 años ha venido dado por la función:

$$P(t) = t \cdot \ln(t) - 3t + 10$$

donde t es el tiempo en años.

- Durante los primeros años el país pasaba por una crisis económica. Determinar en qué momento exacto empezó a remontar la economía del país.
- Razonar a partir de la gráfica si la situación actuales mejor o peor que la de hace 20 años.



- 2) Sea la función de beneficios de una empresa:

$$B(x, y) = 5x + xy - x^2 + 50$$

donde x e y son las toneladas que elabora diariamente de dos productos X e Y.

Determinar cuál es la producción de X que da lugar al beneficio máximo si la empresa mantiene su producción de 15 unidades de Y.

- 3) Una empresa fabrica un solo producto. Su función de costes totales es:

$$C(x) = x^3 - 6x^2 + 13x + 15$$

y su función de ingresos:

$$I(x) = 28x$$

siendo x la cantidad fabricada.

- Calcular el mínimo coste marginal.
 - Obtener el máximo beneficio que puede obtener la empresa.
- 4) La función de beneficios de una empresa es:

$$B(p, q) = 30pq - p^2 - q^2 + 100$$

donde p e q son los precios a los que vende dos productos A y B. Actualmente el producto A lo vende a 2€ y el producto B a 25€.

- Calcular el beneficio marginal respecto de p para los precios actuales e interprétilo.
 - Calcular el cambio en el beneficio de la empresa si partiendo de los valores actuales, el precio de A disminuye en 5 céntimos y el precio de B se mantiene.
- NOTA: Calcúlese de forma exacta y de forma aproximada mediante el beneficio marginal, y estimar el porcentaje de error.
- Determinar a qué precio debe vender la empresa el producto B para conseguir el máximo beneficio si mantiene el precio de venta de A en 2€.

- 5) Una empresa produce dos artículos en cantidades x e y , y su función de beneficios es

$$B(x, y) = e^{\frac{x^2+y}{100}}$$

La producción actual es de 20 unidades del primer artículo y 30 del segundo.

- Calcula el beneficio marginal respecto del primer artículo para la producción actual e interprétilo
 - Utiliza el apartado anterior para estimar la variación del beneficio de la empresa que se produce si la producción del primer artículo pasara a ser de 20.25 unidades.
 - Razona mediante derivadas si un pequeño aumento de producción haría aumentar o disminuir el beneficio marginal del primer artículo.
- 6) La demanda de un artículo viene dada por la función:

$$D(r, p) = 100 \frac{r}{p^2} - r^4$$

Donde r es la renta del consumidor y p el precio del artículo. Actualmente $r = 4$ y $p = 1$.

- Calcula $\frac{\partial D}{\partial r} \Big|_{(4,1)}$ e interpreta el resultado
 - Calcula de forma aproximada a partir del apartado anterior el incremento de demanda que se producirá si la renta del consumidor pasa a ser de 4.2 *u. m.*
 - Calcula el incremento exacto y comprueba que el porcentaje de error de la aproximación (sin contar el signo) es inferior al 5%
- 7) Considera las funciones:

$$f(s, t) = \frac{1}{st}$$

donde $s = x^y$, $t = \ln^3(x^2) + 2$.

- Calcular la composición de las funciones anteriores (indicando el nombre de la función compuesta).
- Calcular la derivada de f respecto de x en el punto $(1,3)$ mediante la regla de la cadena.