MÁXIMOS Y MINIMOS

TEOREMA (DE LOS VALORES EXTREMOS)

Sea *R* una región del plano *XY* cuya curva frontera se considera como parte de *R*.

Si *f* es una función diferenciable de dos variables independientes y continua en IR^2, entones existe (por lo menos) un punto de *R* donde *f* toma un valor Máximo y también existe (por lo menos) un punto de *R* donde *f* toma un valor Mínimo.

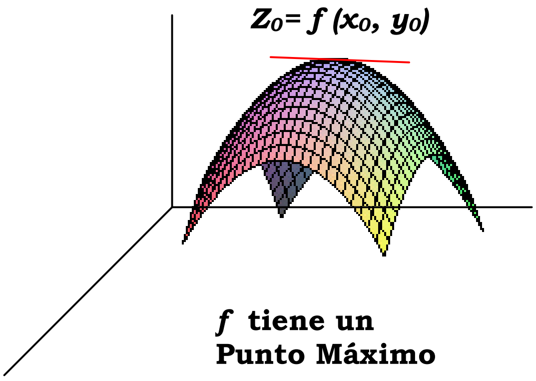
DEFINICIÓN:

Diremos que una función $f(x,y)$ tiene un Máximo Relativo en (x_0,y_0), si existe alguna región R que contenga a (x_0,y_0) como punto Interior tal que:

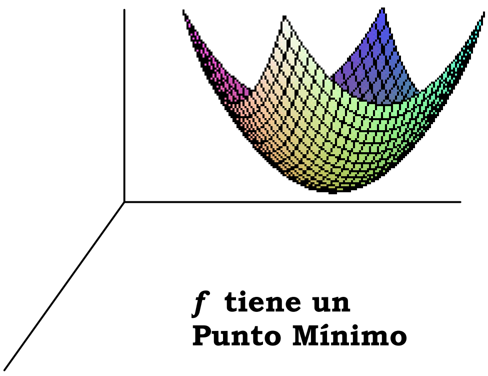
$$f(x,y) \leq f(x_0,y_0) \quad \forall \quad (x,y) \in R.$$

Diremos que *f* tiene un Mínimo Relativo, cuando

$$f(x,y) \geq f(x_0,y_0) \quad \forall \quad (x,y) \in R$$



***f* tiene un Punto Máximo**



***f* tiene un Punto Mínimo**

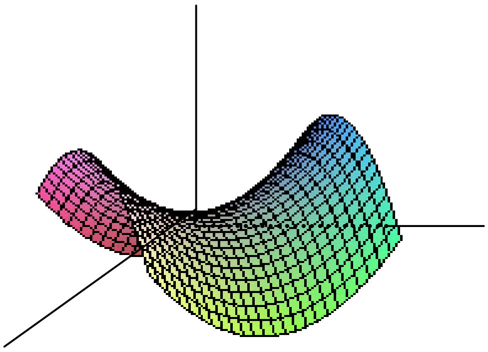
DEFINICIÓN

Un punto (x_0, y_0) donde f_x y f_y se anulan se llama Punto Crítico de *f*.

Un Punto Crítico en el que *f* no es Máximo ni Mínimo es un "Punto de silla"

EJEMPLO:

La Función $f(x,y) = x^2 - y^2$ **posee un Punto de Silla en** $(0,0)$



EL CRITERIO DE LA SEGUNDA DERIVADA

Supongamos que *f* es una Función de dos variables X e Y, y que todas las Derivadas Parciales de segundo orden de *f* son Continuas. Sea:

$$D = \begin{vmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{vmatrix} \Rightarrow D = f_{xx} \cdot f_{yy} - \left(f_{xy}\right)^2$$

Y supongamos que (a, b) es un punto crítico de *f*.

Si D(a, b) < 0, entonces *f* tiene un punto de silla en (a, b).

Si D(a, b) > 0 y f_{xx} < 0,entonces *f* tiene un Máximo Relativo en (a, b).

Si D(a, b) > 0 y f_{xx} > 0, entonces *f* tiene un Mínimo Relativo en (a, b)

Si D(a, b) = 0, el criterio no concluye nada y *f* puede tener un Extremo Relativo o un punto de silla en (a, b).