

Derivadas de operaciones con funciones.

Aplicando la definición de derivada se obtienen las siguientes fórmulas:

Derivada de una suma o diferencia: $(f \pm g)' = f' \pm g'$

Derivada de un producto: $(f \cdot g)' = f' \cdot g + g' \cdot f$

Derivada de un cociente: $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - g' \cdot f}{g^2}$

Derivada de una función compuesta: Regla de la cadena.

Sea la función compuesta $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$

$$(g \circ f)'(x) = g'[f(x)] \cdot f'(x)$$

Cálculo de derivadas.

Aplicando la definición, a través del límite, y teniendo en cuenta la regla de la cadena, se obtienen las derivadas de las siguientes funciones:

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo potencial	$y = x^a$	$y' = ax^{a-1}$
	$y = f^a$	$y' = af^{a-1} \cdot f'$

Ejercicios:

- $y = x^4$;
- $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2}$;
- $y = (3x^2 - 2)^5$;
- $y = \sqrt[3]{x^2 - 3}$;
- $y = \frac{1}{(2x + 5)^2}$;

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo raíz cuadrada	$y = \sqrt{x}$	$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

	$y = \sqrt{f}$	$y' = \frac{f'}{2\sqrt{f}}$
--	----------------	-----------------------------

Ejercicio:

- $y = \sqrt{x^2 - 3x}$;

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo exponencial	$y = e^x$	$y' = e^x$
	$y = e^f$	$y = e^f \cdot f'$
	$y = a^x$	$y = a^x \cdot La$
	$y = a^f$	$y = a^f \cdot f' \cdot La$

Ejercicios:

- $y = e^{-x}$;
- $y = e^{3x+2}$;
- $y = 2^x$;
- $y = 5^{x^2+1}$;

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo logarítmico	$y = Lx$	$y' = \frac{1}{x}$
	$y = Lf$	$y' = \frac{f'}{f}$
	$y = \log_a x$	$y' = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{La}$
	$y = \log_a f$	$y' = \frac{f'}{f} \cdot \frac{1}{La}$

Ejercicios:

- $y = L(2x^3 + 5x)$;
- $y = \log_2 x$;
- $y = \log_3(4x + 1)$;

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo seno	$y = \operatorname{sen} x$	$y' = \cos x$
	$y = \operatorname{sen} f$	$y' = \cos f \cdot f'$

Ejercicios:

- $y = \operatorname{sen}(4x - 1)$;
- $y = \operatorname{sen}^3 x$; $y = (\operatorname{sen} x)^3$;
- $y = \operatorname{sen} x^2$;
- $y = \operatorname{sen}^2(2x^3 + 2x)$;

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo coseno	$y = \cos x$	$y' = -\operatorname{sen} x$
	$y = \cos f$	$y' = -\operatorname{sen} f \cdot f'$

Ejercicios:

- $y = \cos 5x$;
- $y = \cos \sqrt{x}$;

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo tangente	$y = \operatorname{tg} x$	$y' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$
	$y = \operatorname{tg} f$	$y' = \frac{1}{\cos^2 f} \cdot f'$

Ejercicios:

- $y = \operatorname{tg} 5x$;
- $y = \operatorname{tg}^2 x$; $y = (\operatorname{tg} x)^2$;

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo cotangente	$y = \operatorname{ctg} x$	$y' = \frac{-1}{\operatorname{sen}^2 x}$
	$y = \operatorname{ctg} f$	$y' = \frac{-1}{\operatorname{sen}^2 f} \cdot f'$

Ejercicios:

- $y = \operatorname{ctg} x^2$;
- $y = \operatorname{ctg} e^x$;

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Funciones arco	$y = \operatorname{arc sen} x$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
	$y = \operatorname{arc sen} f$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-f^2}} \cdot f'$
	$y = \operatorname{arccos} x$	$y' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
	$y = \operatorname{arccos} f$	$y' = \frac{-1}{\sqrt{1-f^2}} \cdot f'$
	$y = \operatorname{arctg} x$	$y' = \frac{1}{1+x^2}$
	$y = \operatorname{arctg} f$	$y' = \frac{1}{1+f^2} \cdot f'$

Ejercicios:

- $y = \operatorname{arc sen} x^2$;
- $y = \operatorname{arctg}(e^x)$;
- $y = \operatorname{arc cos} 5x$;