

Bloque 3. Desarrollo del pensamiento y sentido numérico

Desarrollo del pensamiento
matemático infantil

ÍNDICE

- 3. El sentido numérico en Educación Infantil
 - 3.1. El número natural desde sus fundamentos matemáticos.
 - 3.1.1. Naturaleza del número natural. Relación con otros conjuntos numéricos
 - 3.1.2. Los contextos numéricos
 - 3.1.3. Competencias y conocimientos numéricos implicados en el desarrollo de la comprensión del número
 - 3.1.3.1. La subitización
 - 3.1.3.2. Las relaciones numéricas
 - 3.1.3.3. El conteo
 - 3.1.3.3.1. La enumeración
 - 3.1.3.3.2. Los principios del conteo
 - 3.1.3.4. El SND para su enseñanza en El
 - 3.2. El número en un contexto de aprendizaje
 - 3.2.1. Los niveles de adquisición de la cantinela
 - 3.2.2. Fases de aprendizaje de la cantinela
 - 3.3. El número y las operaciones en un contexto de enseñanza
 - 3.4. Conocimientos lógicos pre-numéricos

Construcción del número natural

Opción didáctica:

Promover el desarrollo del pensamiento y razonamiento lógico en los niños



Crear situaciones que provoquen la evolución del lenguaje, pensamiento y actividad lógica en los niños



Generar actividad lógica:

Simbolización

Clasificación

Seriación

Generamos **actividad matemática** relacionada con **la construcción del número**, de la magnitud y la medida y de la geometría

Números y operaciones

- Los números pueden usarse para indicar cuántos hay, describir orden y medida. Implican numerosas relaciones y pueden representarse de distintos modos
- Las operaciones con números pueden ser usados para representar una variedad de situaciones del mundo real y para resolver problemas; se deben llevar a cabo de distintos modos.

Álgebra

Los patrones pueden usarse para reconocer relaciones y pueden extenderse para realizar generalizaciones

Geometría

- La Geometría puede usarse para comprender y representar los objetos, direcciones, localizaciones en nuestro mundo y las relaciones entre ellos
- Las formas geométricas pueden ser descritas, analizadas, transformadas y compuestas y descompuestas en otras formas.

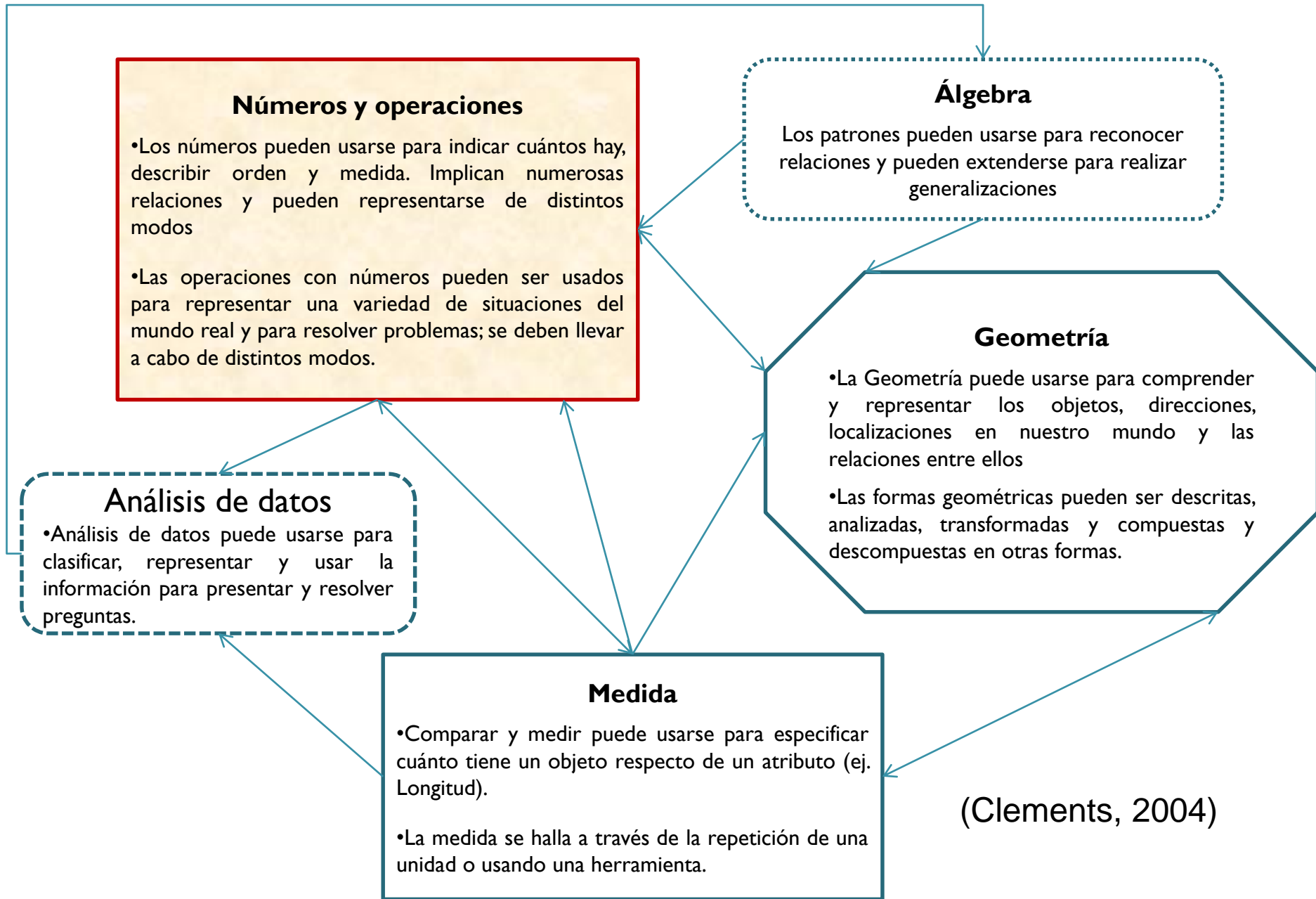
Análisis de datos

- Análisis de datos puede usarse para clasificar, representar y usar la información para presentar y resolver preguntas.

Medida

- Comparar y medir puede usarse para especificar cuánto tiene un objeto respecto de un atributo (ej. Longitud).
- La medida se halla a través de la repetición de una unidad o usando una herramienta.

(Clements, 2004)



Números y operaciones

- Los números pueden usarse para indicar cuántos hay, describir orden y medida. Implican numerosas relaciones y pueden representarse de distintos modos
- **Las operaciones** con números pueden ser usados para representar una variedad de situaciones del mundo real y para resolver problemas; se deben llevar a cabo de distintos modos.

• Análisis
clasificar
información
preguntas

ra

erse para reconocer
nderse para realizar
iones

ometría

le usarse para comprender
s objetos, direcciones,
nuestro mundo y las
s
ricas pueden ser descritas,
madas y compuestas y
tras formas.

cuánto tiene un objeto respecto de un atributo (ej. Longitud).

- La medida se halla a través de la repetición de una unidad o usando una herramienta.

(Clements, 2004)

SENTIDO NUMÉRICO

Es una forma de pensar y usar los números

Profesor: ¿Qué número es mayor: seis u ocho?

Bruno responde rápidamente: Ocho.

Profesor: ¿Cómo lo sabes?

Bruno: Bien, tú dices, ‘seis (pausa), ‘siete, ‘ocho (levantando dos dedos mientras nombra los dos últimos números). Esto significa que ocho tiene dos más que seis. Por tanto, es mayor.

Lidia responde dubitativa: “¿Ocho?”

Profesor: ¿Cómo lo sabes?

Lidia: Porque el ocho es un número grande.

Martín dice animado: “¡El ocho!”

Profesor: ¿Cómo lo sabes?

Martín: Porque el ocho viene después del seis.

Carolina, con cierta perplejidad, como si la pregunta no tuviera sentido, dice: No lo sé.

3.SENTIDO NUMÉRICO

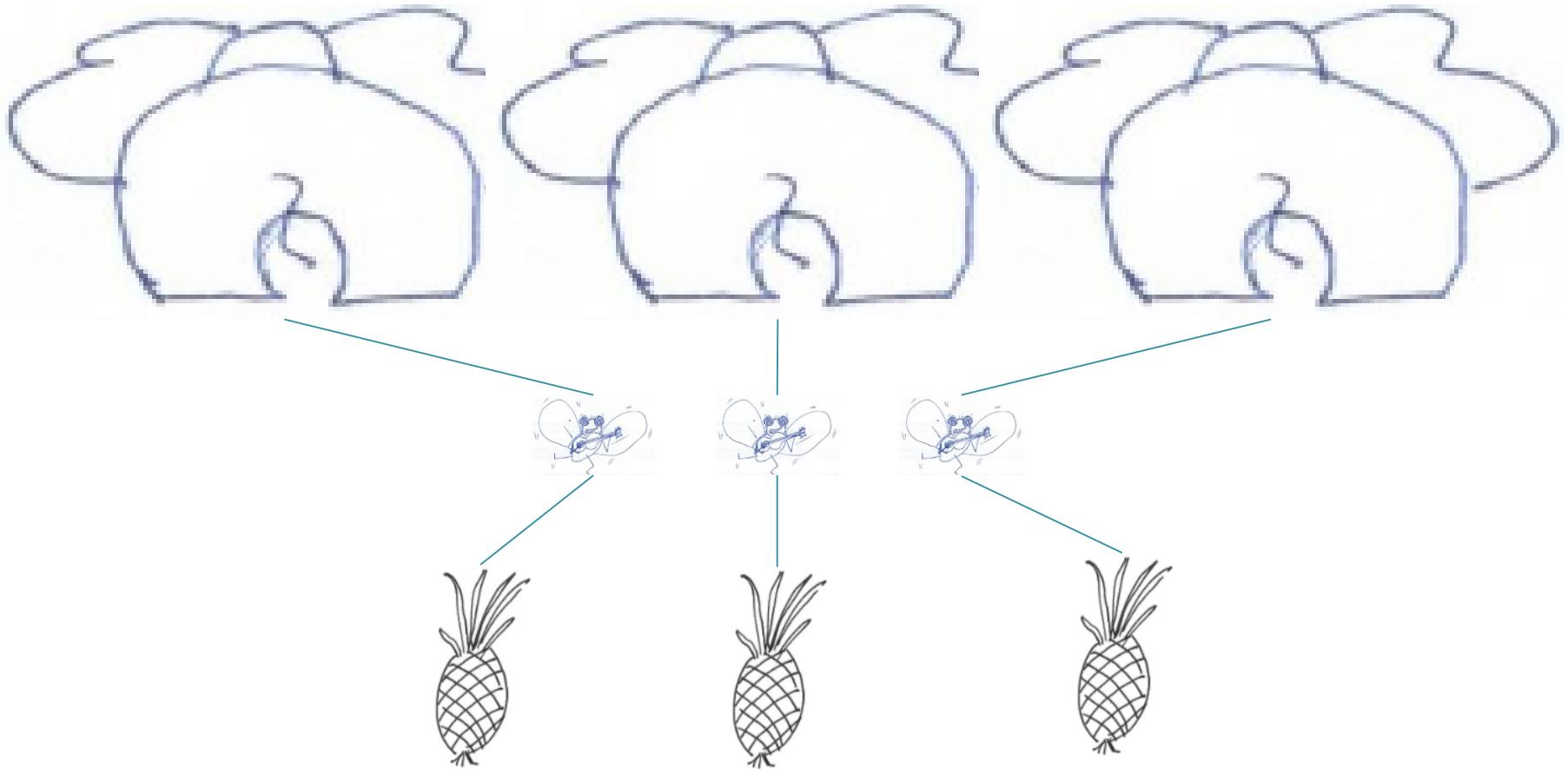
Es una forma de pensar y usar los números,

Griffin (2004) propone 6 indicadores del sentido numérico:

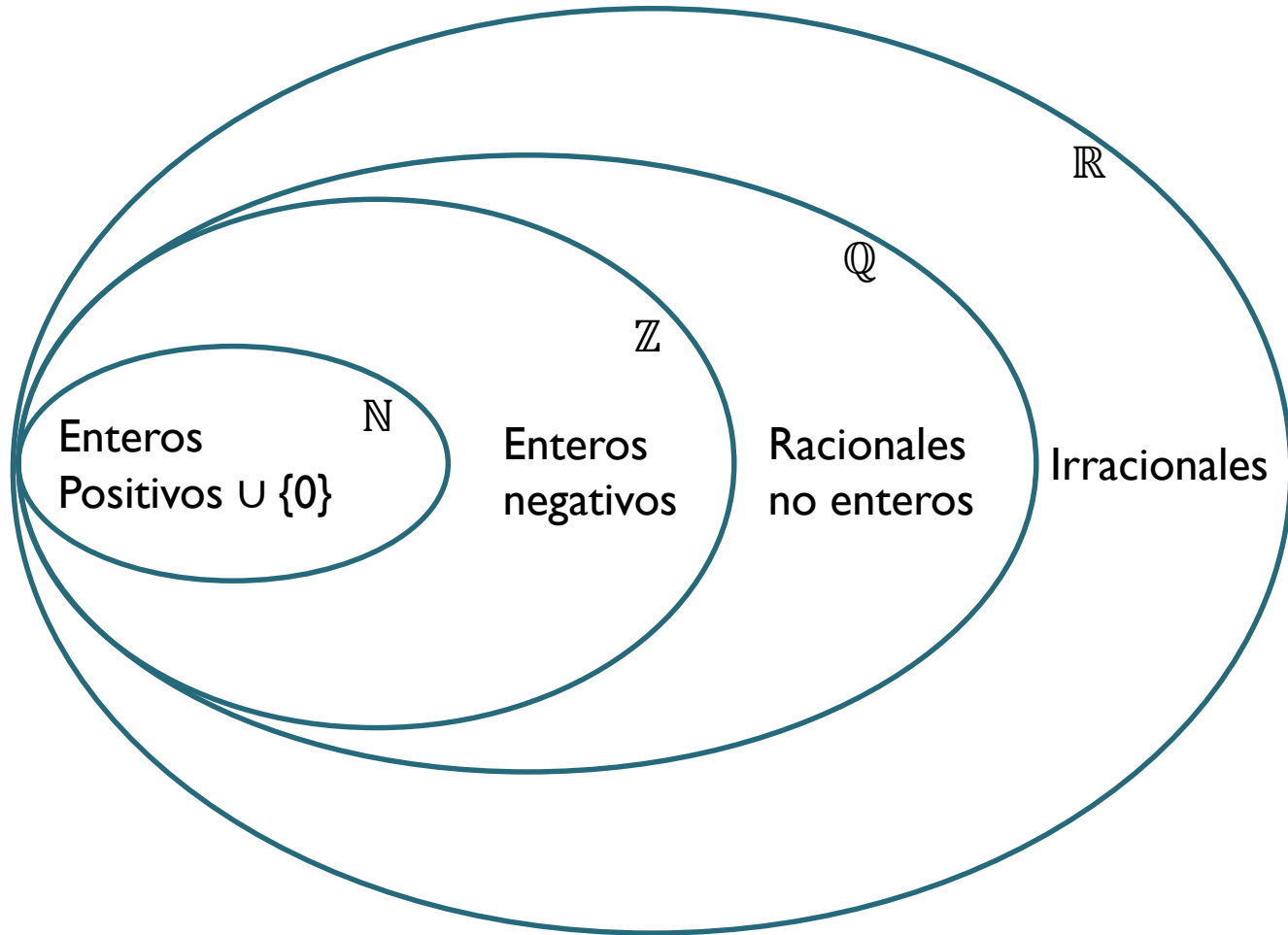
- a) Saber que los números indican cantidad y, por tanto, en sí mismos, tienen tamaño.
- b) Aceptar que las palabras 'mayor que' o 'más que' tienen sentido con los números, pues permiten expresar relaciones entre ellos.
- c) Saber que cualquier número desde el 1 al 10 ocupa una posición fija en la secuencia numérica.
- d) En íntima relación con el anterior, identificar que el 6 va antes que el 8 en la secuencia numérica.
- e) Conocer que los números que vienen después en la secuencia se corresponden con cantidades mayores y, por tanto, que 8 es mayor que 6.
- f) Saber que el conteo de forma ascendente en la secuencia corresponde, precisamente a un incremento en una unidad respecto del elemento anterior.

3.1. El número natural desde sus fundamentos matemáticos

3 elefantes representan la misma cantidad numérica que 3 moscas y que 3 piñas

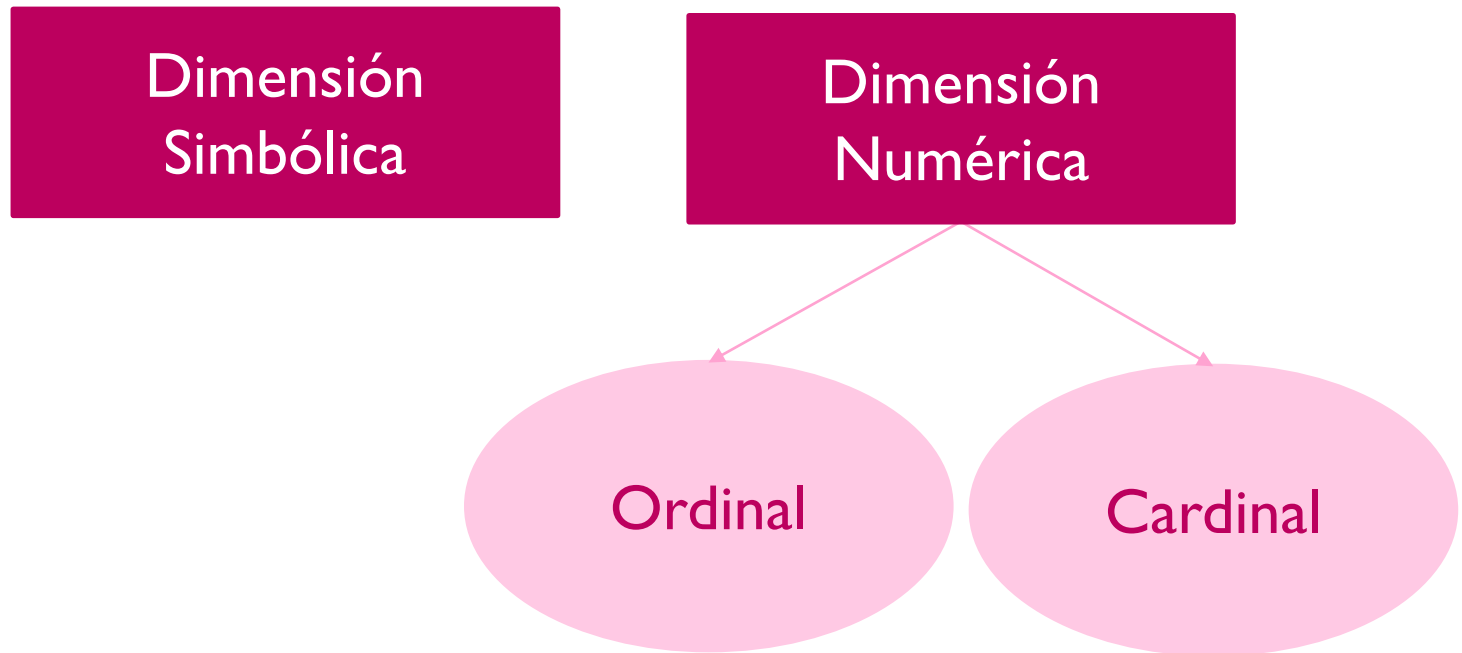


El número natural en relación con otros conjuntos numéricos

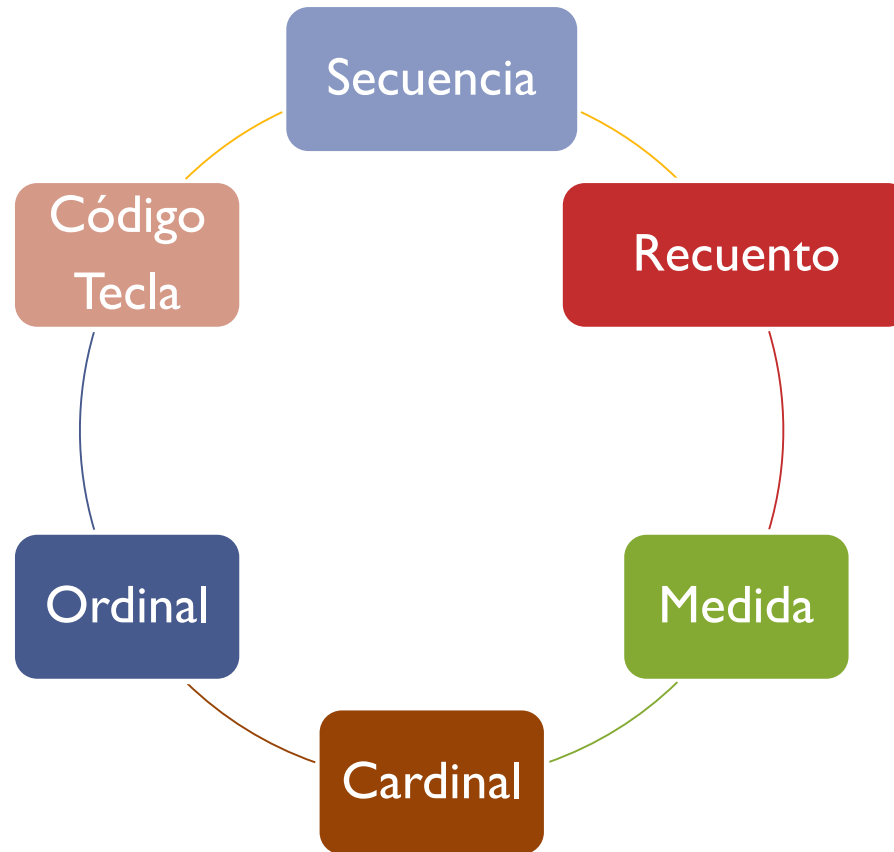


¿Qué es el número? ¿Para qué sirve? ¿Dónde está presente en el día a día?

Dimensiones que definen al número natural



¿Qué es el número? ¿Para qué sirve? ¿Dónde está presente en el día a día?



En la vida cotidiana, pueden encontrarse diferentes tipos de situaciones en las que aparece el número natural. ¿En qué dimensiones los ubicarías?

Diferentes contextos para el número natural. (Castro y Castro, 2001)

¿Cómo se podría comenzar a trabajar el número?

¿Y SI CONSTRUIMOS UNA TIENDA?

Edo, M.; Masoliver, C. (2008). Una tienda en clase. Creación y análisis de un contexto para aprendizajes matemáticos. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 47, 20-36

http://pagines.uab.cat/meque/sites/pagines.uab.cat/meque/files/UNO_edo_masoliver_2008.pdf

Identifica las dimensiones y los diversos contextos del número que están presentes en la actividad, justificando tu respuesta.

Competencias y conocimientos numéricos implicados en el desarrollo de la comprensión del número

¿Es esto todo lo que necesita saber sobre el 3?



Grafía del número, contexto discreto y su faceta cardinal

No está en sintonía con el desarrollo del sentido numérico.

Dimensión

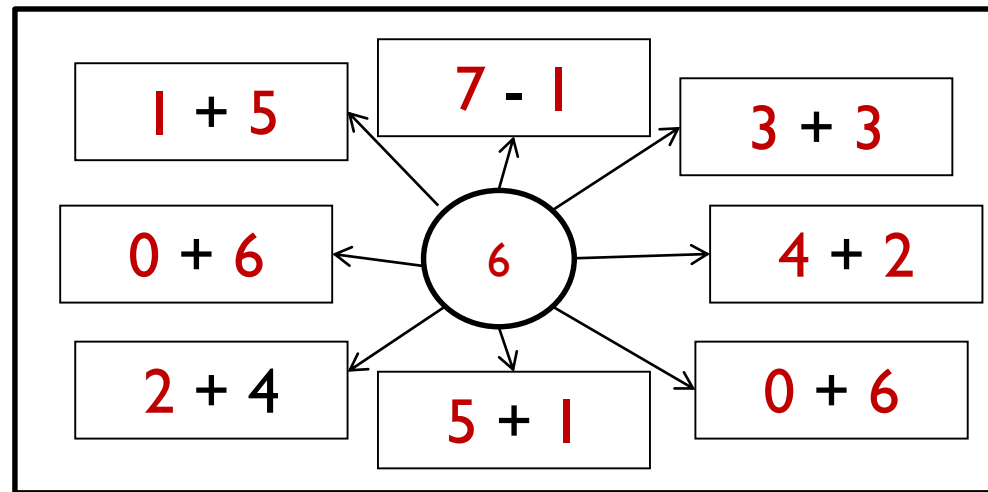
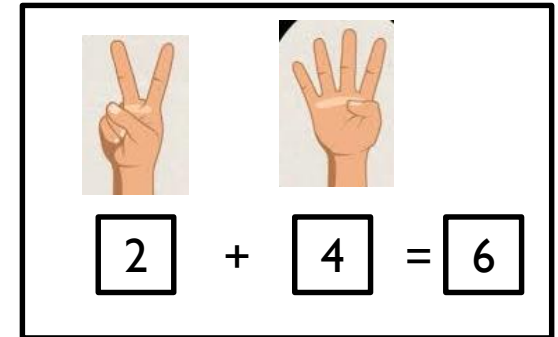
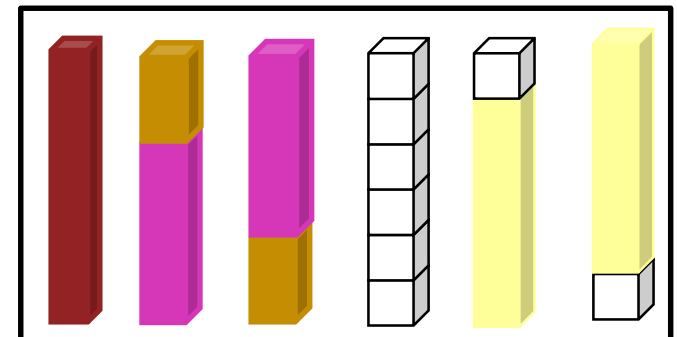
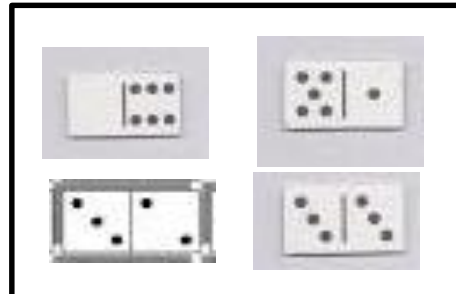
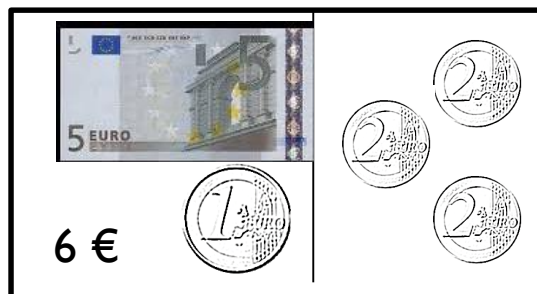
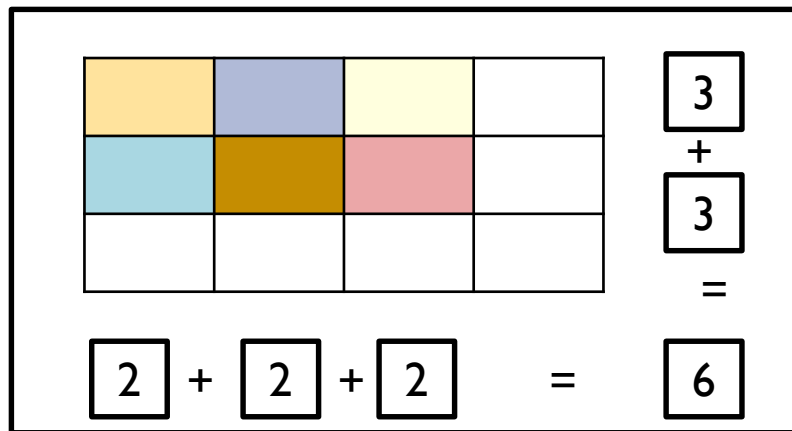
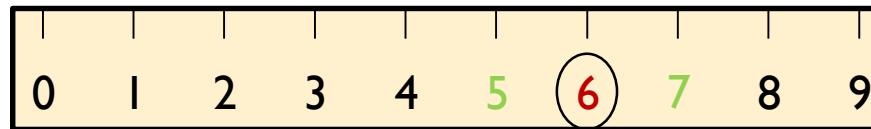
- Simbólica (en diferentes situaciones)
- Numérica: ordinal, cardinal, secuencia, recuento

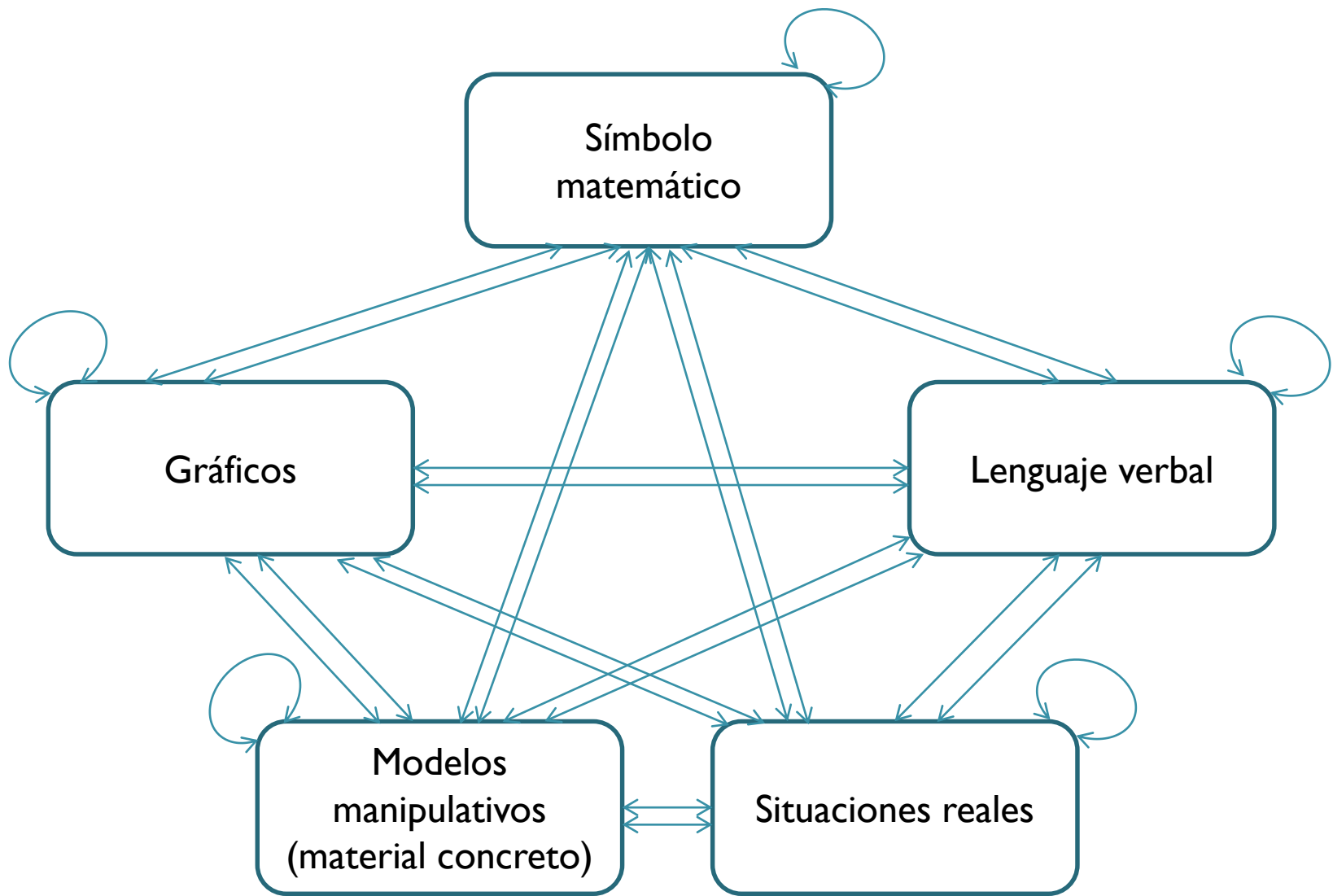
Representación continua y discreta

Descomposición del número

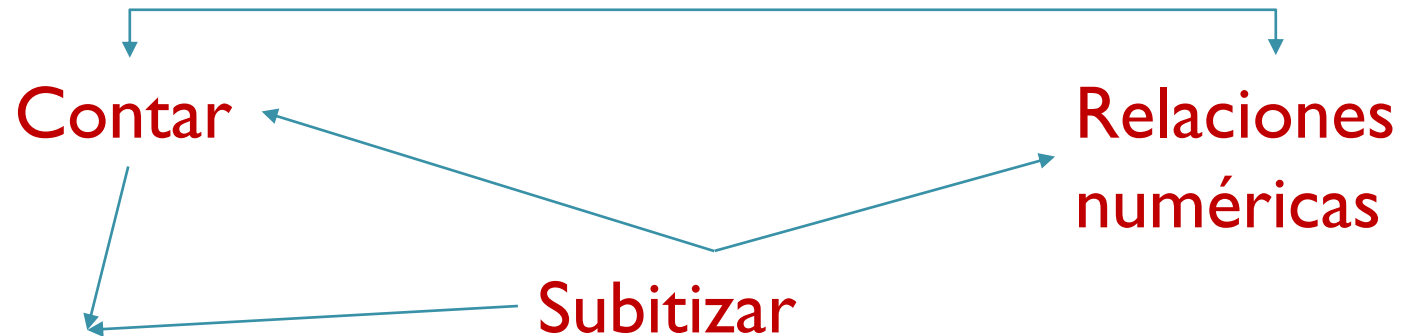
Comprobación de ciertas propiedades de la operación suma

SEIS seis 6





Competencias y conocimientos numéricos implicados en el desarrollo de la comprensión del número



JUNG, M. (2011). NUMBER RELATIONSHIPS IN PREESCHOOL.

- ¿Qué significa subitizar? ¿Para qué sirve?
- ¿A qué relaciones numéricas se refiere Jung? ¿Qué significa cada una de ellas y cuál es el papel en la comprensión del número?
- ¿Dudas?
- ¿Qué respuestas de alumnos os han parecido sorprendente?

La subitización (Clements y Sarama, 2014)

Subitizar: reconocer el número de objetos de pequeñas configuraciones de manera instantánea.

- Subitización perceptiva: percibir intuitiva y simultáneamente los puntos en su conjunto
- Subitización conceptual: la respuesta se produce después de haber identificado el todo a partir de las partes que lo forman. Permite a los alumnos desarrollar la abstracción del número y estrategias aritméticas.

Contribuye a desarrollar las ideas básicas de cardinal:

- cuántos hay en una colección
- relaciones menor-mayor, parte-todo, inicio de la aritmética




Se puede apoyar en patrones de naturaleza espacial, en patrones rítmico-temporales o de dedos (principal recurso con el que cuentan los alumnos).

Investigación: ¿Cómo se trabaja la subitización en el método ABN?

La subitización (Clements y Sarama, 2014)

La subitización desde la enseñanza:

- Evitar que el conjunto de objetos invite a contar las piezas
- Que los objetos se dispongan de manera ordenada, para que las partes contribuyan a identificar el todo.
- Trabajar distintas configuraciones asociadas a un determinado número, que pueden ser creadas por los propios alumnos. Se evita que la naturaleza del patrón se convierta en un elemento relevante para determinar la numerosidad del conjunto.

Imagen	Error
	Responder que hay 5 puntos, por la disposición de los puntos en aspa.
	Responder que hay 6 por, por la disposición de los puntos en dos columnas paralelas.
	Responder que hay 3, por la disposición de los puntos en línea recta oblicua.

Relaciones numéricas (Jung, 2011 y Clements y Sarama, 2014)

CONTEO



NÚMERO EN LA SECUENCIA

A medida que el alumno se implica en actividades variadas de conteo, va profundizando en la lógica que subyace al conjunto de números organizado en la secuencia numérica:

a) Propiedad ordinal de los números.

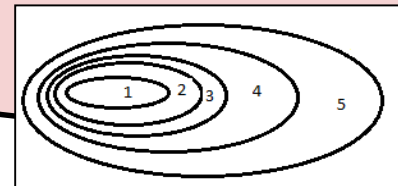


b) Jerarquización de clases

Cada número supone una unidad mayor que la anterior

Base de la relación: “mayor-menor”

Números contenidos en otros



Base de la relación: “parte-todo”



A medida que su comprensión del número se va complejizando, van desarrollando estrategias cada vez más sofisticadas de conteo.

vídeos



<https://www.youtube.com/watch?v=Q-aeqZVLmio>

SUBITIZACIÓN Y RELACIÓN
PARTE/TODO

¿QUÉ CONTENIDOS NUMÉRICOS
SE TRABAJAN?

¿QUÉ SISTEMAS DE
REPRESENTACIÓN UTILIZAN?

<https://www.youtube.com/watch?v=WVcE6cNvigs>



vídeos



Qui pot entrar a la casa del 6?

¿QUÉ CONTENIDOS NUMÉRICOS SE TRABAJAN?

¿QUÉ SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN UTILIZAN?

<https://www.youtube.com/watch?v=TCENYgePWIU&feature=youtu.be>

El conteo como proceso para determinar el cardinal de un conjunto



INFANTIL 3 AÑOS. PROBLEMA DE CONTAR Y SUMAR (5+2)

<https://www.youtube.com/watch?v=I07YTLiGlf8>

¿Qué aspectos parecen involucrados en el acto de contar?

El conteo como proceso para determinar el cardinal de un conjunto



PROBLEMAS DE CONTAR

<https://www.youtube.com/watch?v=dezcDUYT2U>

¿Qué aspectos parecen involucrados en el acto de contar? ¿Estamos seguros de que esta niña sabe cuántos hay?

El conteo como proceso para determinar el cardinal de un conjunto



INFANTIL 3 AÑOS. PROBLEMA DE CONTAR

<https://www.youtube.com/watch?v=rFZHJvk2VoY>

¿Qué aspectos parecen involucrados en el acto de contar? ¿Estamos seguros de que este niño sabe cuántos hay?

- Es la operación primigenia, base de las 4 clásicas.
- Articula una de las grandes ideas en esta etapa infantil: contar puede usarse para averiguar cuántos objetos tiene una colección (Clements, 2004).
- Matemáticamente, el conteo tiene una naturaleza algorítmica: procedimiento constituido por una secuencia estable de pasos que aseguran responder exitosamente a la pregunta de “cuántos hay” en un conjunto finito de objetos.

- Desde el aprendizaje, trasciende su sentido algorítmico y juega un papel decisivo en el desarrollo del sentido numérico. El modo en que un alumno realiza la actividad de conteo proporciona información valiosa sobre su grado de comprensión del número.
- Entraña una gran complejidad e implica la interrelación de los siguientes tres aspectos:

3.1.3.3. El conteo como proceso para determinar el cardinal de un conjunto (Muñoz-Catalán y Liñán, en prensa)

La lista de palabras-números (secuencia numérica) al menos hasta el 10

La enumeración de los objetos de una colección

Conteo

La comprensión de que la última palabra número pronunciada en una situación de enumeración de objetos proporciona el tamaño del conjunto

- establecer una **relación de orden total** en el mismo \Rightarrow ordenar las partes de un conjunto con el fin de enunciarlas de manera controlada.
- señalar o mover cada parte del conjunto que ha sido ordenado, a la vez que se va controlando que cada parte solo tenga una única etiqueta asignada y que se ha recorrido el conjunto en su completitud.

(Chamorro, 2005)

Ejemplo 10: Determinación de variables didácticas. Enumeración²⁶ de colecciones

Situación: «Las cajitas de cerillas» (Nivel 3-4 años)

Disponemos de una colección de cajas de cerillas en las que hemos hecho una ranura en un lateral. Pedimos a los niños que tomen cerillas de una cestita e introduzcan una y solo una en todas y cada una de las cajas.



Objetivo:

Desarrollar estrategias de enumeración de colecciones en los alumnos.

Variables didácticas:

La gestión adecuada de las variables didácticas permitirá al profesor provocar cambios en las estrategias de resolución que pondrán en funcionamiento los alumnos.

En esta situación podemos determinar las que siguen:

V₁: Posibilidad de que el niño pueda marcar o no con una señal las cajitas donde haya introducido una cerilla.

V₂: Posibilidad de desplazar o no las cajitas donde haya introducido una cerilla.

V₃: Tipo de configuración espacial que presentan las cajitas: alineadas, formando una tabla (3 x 4, 5 x 6, etc.), colocación arbitraria...

V₄: Número de cajitas de la colección (10, 15, 20, o más).

V₅: Naturaleza del espacio en el que se desarrolla la actividad: microespacio, mesoespacio o macroespacio.

V₆: Restricciones temporales: interrumpir la tarea en un momento determinado y volver a continuarla.

3.b. El número y las operaciones desde la perspectiva del aprendizaje

CONTAR

HABILIDAD DE CONTAR:

asignación individual de etiquetas en secuencia a los elementos de un conjunto, designando la última etiqueta el cardinal. Esta habilidad requiere la coordinación visual, manual y verbal.

Comprende cuatro aspectos interrelacionados:

- Nombrar y reconocer instantáneamente cuántos elementos hay en una colección pequeña (subitizar)
- Manejar la lista de palabra-número al menos hasta 10.
- Enumerar objetos (p.e., diciendo la palabra-número en correspondencia con el objeto)
- Entender que la última palabra que se dice cuando se cuenta indica cuántos ítems han sido contados (cardinalizar).

Comienza con números pequeños y progresivamente se extiende a números mayores

Aprendizaje: Contar. Principios de conteo (p. 155)

Han surgido diferentes explicaciones teóricas sobre el proceso de adquisición de esta habilidad de contar (conteo):

- Algunos autores consideran que la habilidad de contar se debe a la creación de hábitos desde los cuales se inducen los principios de conteo, de tal manera que el conteo mecánico va siendo sustituido por un conteo progresivamente más significativo
- Otros autores proponen que la habilidad de contar descansa en unos principios que guían su aprendizaje. Según Gelman y Gallistel (1978) estos principios de conteo son los siguientes:
 - Correspondencia uno a uno
 - Orden estable
 - Cardinalidad
 - Abstracción
 - Orden irrelevante

Aprendizaje: Contar. Principios de conteo (Chamorro, 2005, p. 155)

- **Principio de correspondencia uno a uno**

Permite asignar a cada elemento una única etiqueta y a cada etiqueta un único elemento. Esto conlleva la coordinación de dos procesos: partición y etiquetación

- Partición: elementos de un conjunto que han sido contados y los que faltan por contar. Esto se puede hacer mediante una acción física o mental (cuando ha interiorizado dicha acción).
- Etiquetación: asignación de un conjunto de etiquetas que el niño habrá de hacer corresponder una y sólo una vez a cada objeto.

- **Principio de orden estable**

La secuencia de números a utilizar ha de ser estable, estar formada por etiquetas únicas, y poder repetirse en cualquier momento.

- **Principio de cardinalidad**

la última etiqueta usada en el conteo de un conjunto de objetos representa el número de objetos contenidos en el mismo.

Aprendizaje: Contar. Principios de conteo (Chamorro, 2005, p. 155)

- **Principio de correspondencia uno a uno**

Permite asignar un único elemento.

- Partición: contar los que están presentes y los que faltan por física o mental (cuando ha
- Etiquetado: que el niño habrá de hacer

- **Principio de orden**

La secuencia de etiquetas es única, y por lo tanto, la última

- **Principio de cardinalidad**

la última etiqueta representa el número de objetos contenidos en el mismo.

Estos tres principios forman la estructura conceptual del conteo, es decir, son principios procesuales que indican a los niños cómo han de proceder al contar y determinar la cantidad de elementos de un conjunto.

a cada etiqueta un único elemento: partición y etiquetación

contados y los que faltan por física o mental (cuando ha

que el niño habrá de hacer

tar formada por etiquetas

de objetos representa el

Aprendizaje: Contar. Principios de conteo (Chamorro, 2005, p. 155)

- **Principio de abstracción**

Las reglas para contar un conjunto heterogéneo son las mismas que para contar un conjunto homogéneo. Es decir, el número de objetos de un conjunto es independiente de las cualidades de los elementos del mismo.

- **Principio de orden irrelevante**

El cardinal de un conjunto no se ve afectado por el orden de enumeración. Es condición necesaria pero no suficiente para comprender la irrelevancia del orden haber adquirido los tres primeros principios (correspondencia uno a uno, orden estable y cardinalidad)

Aprendizaje: Contar. Niveles de organización de la cantinela (Chamorro, 2005, p.161-162))

Fuson, Richards y Briars (1982) analizan la adquisición y elaboración de la secuencia de numerales, estableciendo las siguientes fases:

- (A) En la fase de adquisición se realiza el aprendizaje de la secuencia convencional como un bloque compacto. Posteriormente, los niños comienzan a aplicarla en el procedimiento de conteo.
- (B) En la fase de elaboración se crean nuevos nexos entre los numerales proporcionados por la fase de adquisición, convirtiéndose en elementos sobre los que operan las estrategias de resolución de problemas. Este período de elaboración se subdivide en cinco niveles:

Aprendizaje: Contar. Niveles de organización de la cantinela (Chamorro, 2005, p.161-162))

Niveles de dominio de la secuencia numérica

(Fuson y Hall, 1983)

- Nivel cuerda/repetitivo
- Nivel cadena irrompible/nivel incortable
- Nivel cadena rompible/nivel cortable
- Nivel cadena numerable/nivel numerable
- Nivel cadena bidireccional/nivel terminal

3.b. Aprendizaje: Contar. Niveles de organización de la cantinela (p.161-162))

Nivel cuerda: *la sucesión de términos comienza en el uno, los términos no están bien diferenciados.*

Nivel cadena irrompible: *la sucesión de términos se produce comenzando desde el uno, pero los términos están bien diferenciados.*

Nivel cadena rompible: *la sucesión puede comenzar a partir cualquier término, pero siempre en sentido ascendente.*

Nivel cadena numerable: *la sucesión consiste en contar un número de términos a partir de uno dado. Hay que dar el número al que se llega como respuesta*

Nivel cadena bidireccional: *la sucesión se puede recorrer hacia arriba o hacia abajo, rápidamente desde un término cualquiera, se puede cambiar fácilmente la dirección*

Aprendizaje: Contar. Niveles de organización de la cantinela (Chamorro, 2005, p.161-162))

Una vez alcanzado el último nivel (en un tramo de la secuencia) es posible obtener relaciones entre estos números tales como: “después del número a viene el b”; “delante del número c está el d”; “antes de”, “después de”. El dominio de la secuencia permitirá utilizar el número en los demás contextos.

<https://www.youtube.com/watch?v=vAu2bEISM Bs>

<http://www.youtube.com/watch?v=3I7SiAnsZn0>



NIVELES CADENA ROMPIBLE NUMERABLE

Aprendizaje: Contar. Niveles de organización de la cantinela (Chamorro, 2005, p.161-162))

http://www.youtube.com/watch?v=qWBmm_ZxOGs

¿Qué nivel manifiestan tener?

3:57

5:33

<http://www.youtube.com/watch?v=xX06pk3pHt4&feature=channel>

¿Qué nivel manifiestan tener?

0:6, 1:09

2:48

4:30

Aprendizaje: Contar. Fases de aprendizaje de la cantinela (Chamorro, 2005 p.164)

Los niños descubren pronto que hay palabras que sirven para contar y otras no y muestran gran interés por aprender la serie correcta de palabras-número.

De los 2 años a los 7, con variaciones de unos individuos a otros, aunque con varias regularidades en el aprendizaje.

De manera paralela a los niveles de dominio, Fuson (1991) distingue tres partes en la adquisición de la cantinela que coexisten durante mucho tiempo:

Aprendizaje: Contar. Fases de aprendizaje de la cantinela (Chamorro, 2005 p.164)

Parte I, estable y convencional

- recitado normal de cantinela por un adulto
- Las palabras-números se recitan en el mismo orden estable y convencional.
- El tamaño de la serie crece con la edad.
- Se constata grandes diferencias entre individuos, en función de las influencias socioculturales.
- Es la única parte del recitado que va a ir aumentando y consolidándose **hasta constituir la única parte del recitado.**

Aprendizaje: Contar. Fases de aprendizaje de la cantinela (Chamorro, 2005 p.164)




Parte II, estable y no convencional

- Repite una parte de la serie siempre de la misma forma, estable, al menos en el 80% de los casos. En una parte de la serie puede haber omisiones o cambios en el orden. P. Ej. 12, 13, 15, 16, 18, 17.
- Se da sobre todo en la serie de números que va del 10 al 19, cuando se está aprendiendo la cantinela hasta el 30 y deben contar una colección numerosa sin disponer aún de la cantinela memorizada. Así, se inventan una serie donde incluyen números que han escuchado.
- No extraen regularidades **del SND oral**, que solo se van a percibir a partir del 20 (del 11 al 15 son irregulares).

Aprendizaje: Contar. Fases de aprendizaje de la cantinela (Chamorro, 2005 p.164)

Parte III, No estable y no convencional

- Las palabras-números cambian de una vez a otra, de forma inestable y desordenada, con ausencias y repeticiones, no convencional, usando otras palabras, incluso colores

1, 2, 3, 4, 5, 6	7, 8, 9, 10, 11, 13, 16, 19	25, 28, 30, 42, 36, 50
1, 2, 3, 4, 5, 6	7, 8, 9, 10, 11, 13, 16, 19	20, 36, 40, 54, 52, 60
1, 2, 3, 4, 5, 6	7, 8, 9, 10, 11, 13, 16, 19	25, 36, 41, 37, 84, 65
		
Parte I	Parte II	Parte III

Aprendizaje: Contar. Fases de aprendizaje de la cantinela (Chamorro, 2005 p.164)

- el aprendizaje de los números se hace término a término, al menos hasta el 20 de manera memorística debido a la irregularidad y ausencia de reglas de formación de estos números
- El aprendizaje del 20 al 100, la memorización se ayuda de ciertos patrones y regularidades fonéticas
- Control a través de la serie elemental: los errores cometidos a partir del 20 se detectan gracias al conocimiento de la serie elemental. 25 va después del 24 porque 5 va después del 4

Aprendizaje: Contar. Fases de aprendizaje de la cantinela (Chamorro, 2005 p.164)

- Adquisición de la sucesión de las decenas: La adquisición del léxico de las decenas viene guiado por el conocimiento del esquema con dos posiciones, los números posteriores a 20 deben ir precedidos por un 2 y seguir la serie elemental 21, 22, 23... Se producen errores del tipo *veintidiez, veintionce*
- La adquisición del léxico de dos posiciones viene reforzado por la escritura de la numeración árabe que acabamos de ver: veinti...treinta y... cuarenta y... cincuenta y...
- La generalización abusiva produce errores más allá de la centena: 108, 109, 200, 201...
- Sistematización de la sucesión de las decenas: conocimiento exacto del léxico y control de la secuencia comprendida entre el 1 y 100.

Estructura conceptual del conteo

Principios de conteo:

- Correspondencia uno-uno
- Orden estable
- Cardinalidad
- Abstracción
- Orden irrelevante

Contar

Niveles de adquisición de la cantinela (fase de elaboración)

- Cuerda
- Cadena irrompible
- Cadena rompible
- Cadena numerable
- Cadena bidireccional

Fases de aprendizaje de la cantinela

- Estable convencional
- Estable no convencional
- No estable no convencional

Añadir a o quitar de

- Aprecian los efectos de aumentar o disminuir colecciones pequeñas
- Van siendo más eficientes en el razonamiento asociado al aumento/disminución
- Se presentan dificultades si dos colecciones son inicialmente desiguales
- Pueden resolver problemas de cambio juntar/separar al contar con precisión.

S.N.D.

Comparar y ordenar

- Necesitan aprender métodos de emparejamiento y conteo
- Inicialmente: dos colecciones son iguales si los objetos de una y otra están próximos, pudiendo emparejar
- Posteriormente pueden usar el emparejamiento para crear una colección igual a otra
- La comparación es compleja. Necesitan experiencia resolviendo problemas y trabajar historias que impliquen comparación

Componer y descomponer

- Permiten formar conceptos de parte-todo
- Desde muy pequeños se pueden percibir las partes y el todo con cantidades muy pequeñas (si a dos cosas le añado otra, tengo tres cosas)
- Pueden desarrollar procedimientos de composición-descomposición: visualización de *parejas* de números para otro dado
- Visualizar números pequeños *dentro* de otros mayores
- Muy importante:
 - Dobles/mitades
 - Secuencias apoyadas en 5 (que se extenderán a 10)

Agrupar y valor de posición

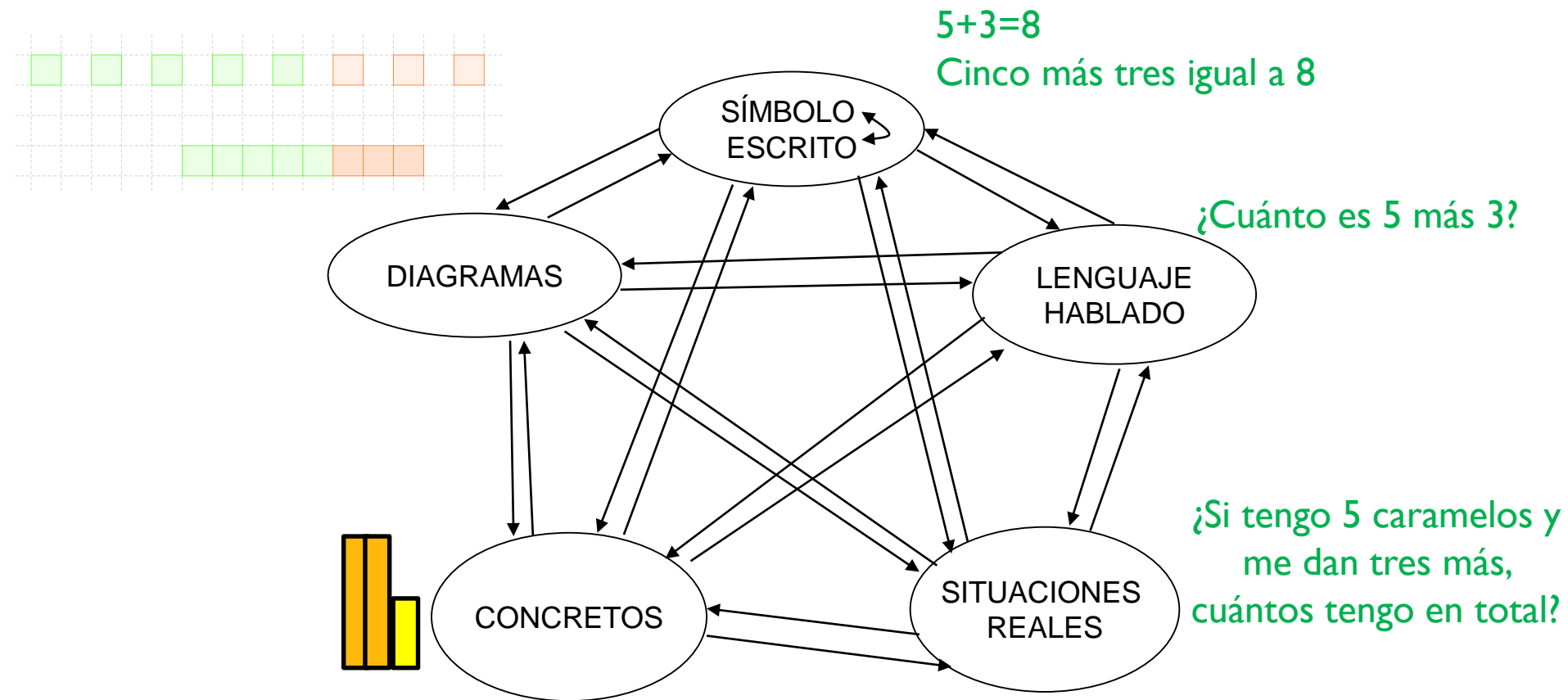
- Idea principal: hacer unidades mayores
- Agrupar \Rightarrow contar a *saltos* \Rightarrow multiplicar \Rightarrow medida
- Organizar colecciones de grupos de 10 \Rightarrow grupos de 100 \Rightarrow ...

Partes iguales

- Emerge alrededor de los 3 años, cuando son capaces de repartir una pequeña colección equitativamente entre dos. Si las cantidades son pequeñas, pueden dividir una colección en más partes iguales.
- A partir de los 4 años, pueden elaborar estrategias de reparto por correspondencia uno-uno
- Fundamental para situaciones de multiplicación, división y medida

3.c. El número y las operaciones en un contexto de enseñanza.

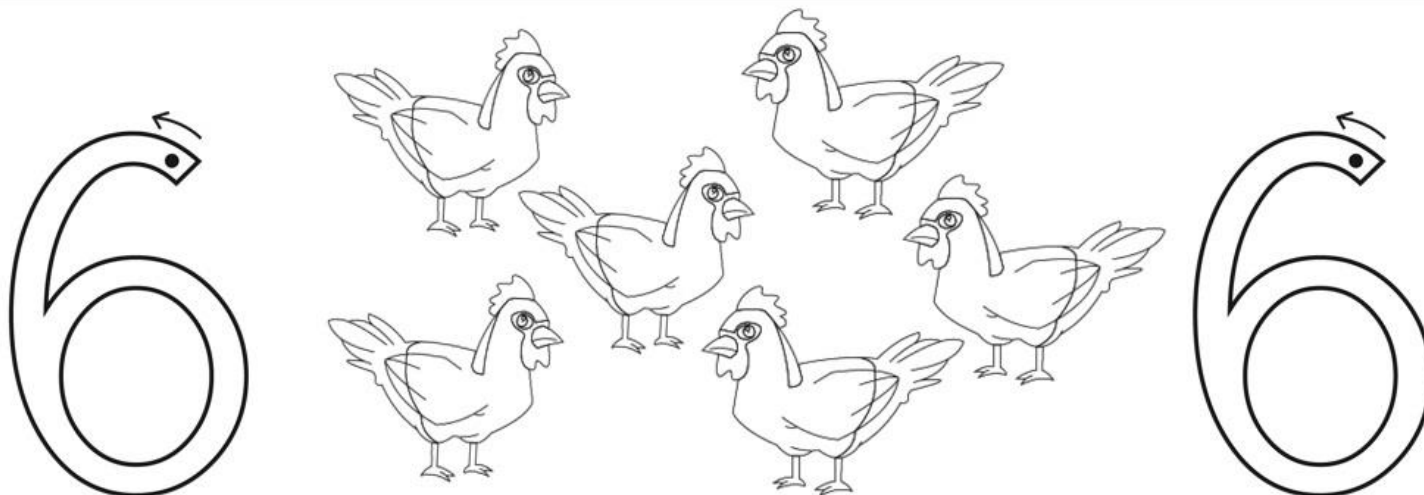
Es muy importante trabajar en distintos modos de representación



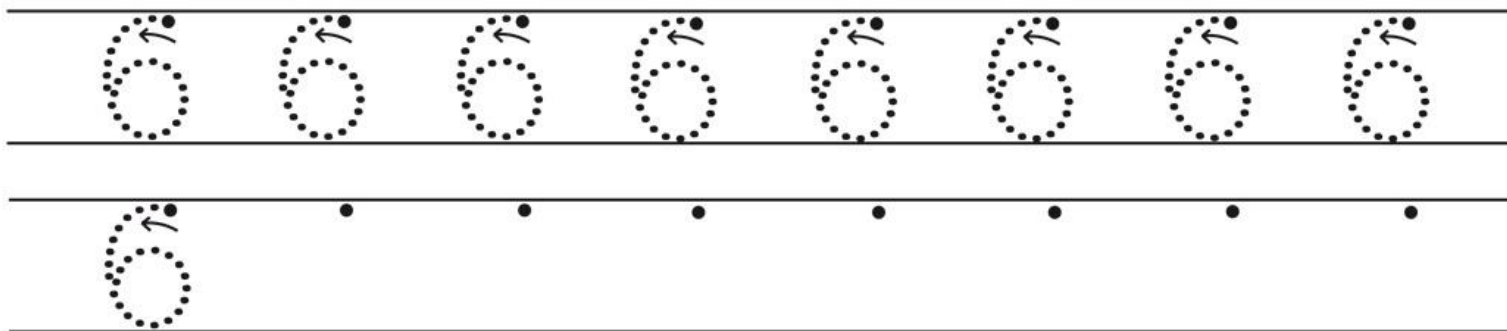
(Modelo de Lesh, 1983)

Ficha para trabajar el número 6

NOMBRE: _____



6 gallinas



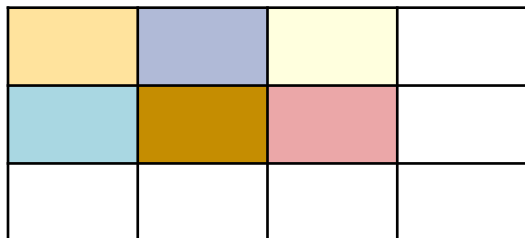
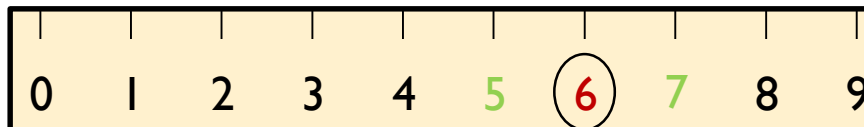
TODO SOBRE EL NÚMERO

6

SEIS seis

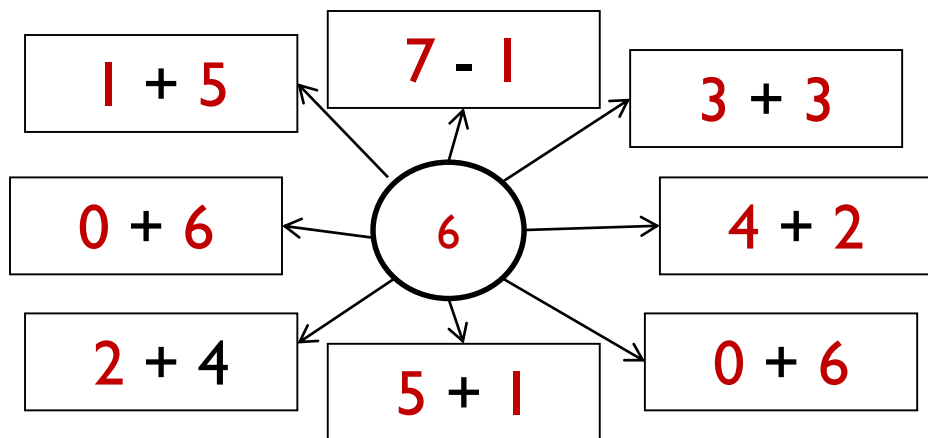


$$\boxed{2} + \boxed{4} = \boxed{6}$$

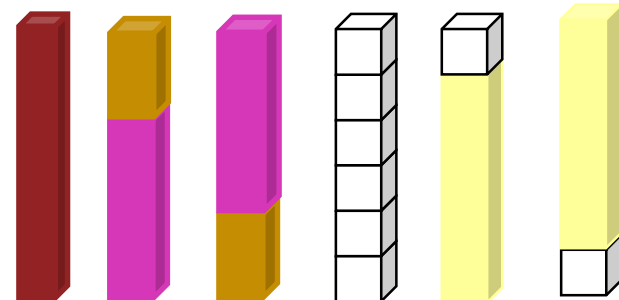
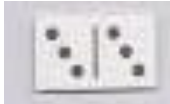
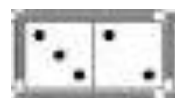


$$\boxed{3} + \boxed{3} =$$

$$\boxed{2} + \boxed{2} + \boxed{2} = \boxed{6}$$



6 €



El número y operaciones en un contexto de enseñanza

- Material estructurado. Taller sobre el número.
- Actividades numéricas (Chamorro, 2005, p. 201, 204, 206, 207, 2014, 216, 217):
 - Situación didáctica que permite movilizar el número como memoria de la cantidad y memoria de la posición (nivel 4 años): El barco
 - El número para ordenar: El bastón
- Relaciones numéricas en preescolar. Experiencias de aprendizaje para potenciar la comprensión del número y la cantidad.
 - Jung, M. (2011). Number relationships in preschool. *Teaching children mathematics*, 551-557.

TABLA

Enseñar relaciones numéricas animando a vuestros pequeños alumnos a representar un número en varias formas a través de actividades de composición/descomposición.

Actividad (nivel)	Orientaciones
Propiedad de ser 5	Situar cinco cubos Unifix (p.e., 3 verdes y 2 amarillos) sobre los dedos del profesor de una mano y mostrarlos brevemente. Preguntar a los estudiantes cuántos ven. Mas tarde, hacerlos investigar diferentes formas de hacer 5 (ver Novakowski, 2007)
Imágenes rápidas (prekindergarten hasta primer año de primaria)	Tener a los niños usando manipulativos (p.e., contadores) para representar la misma cantidad en la misma forma en la que se muestra en una pantalla. Desafiarles a decir una cantidad que sea mayor (o menos) de la que se muestra sobre la pantalla. Colocar contadores de dos colores en varias distribuciones sobre el proyector (de forma que se proyecte en la pantalla) de modo que los niños sean desafiados para subitizar conceptualmente un todo como compuesto de partes.
Carreras de fichas (prekindergarten hasta primer año de primaria)	Dos niños juegan en esta actividad. Haciendo rodar un dado, ellos pueden mover sus bolas contadoras sobre el tablero para acabar una línea (de cero a diez). Preguntar frecuentemente a cada jugador: ¿Cuántos conseguiste esta vez con el dado? Y ¿Cuántos mas necesitas para ganar la carrera? (ver Fosnot y Dolk, 2001)
Romper estructuras (prekindergarten hasta primer año de primaria)	Dar a los niños una torre de 10 cubos Unifix y pedirles que la rompan en dos partes detrás de su espalda (cada mano sujeta una parte). Permitirles ver solo una de las dos partes mientras la otra parte permanece detrás de ellos. Pedirles que calculen cuantos cubos hay detrás de sus espaldas sin mirarlos. Discutir todas las posibles combinaciones de 10.
Edificar una pirámide con vasos de plástico (prekindergarten hasta primer año de primaria)	Pedir a los niños que construyan un edificio con forma de triángulo con vasos de plástico desechables (ver Andrews y Trafton, 2002). Conceder a los niños dos semanas para su libre exploración. Para la actividad, no dar a los niños los vasos de plástico. En lugar de ello, pedirles que determinen cuantos vasos necesitarían para construir un triángulo con un numero especificado de niveles (p.e, ¿Podéis calcular cuantos vasos necesitaríais para edificar un edificio de cuatro plantas incluso antes de que yo os de los vasos? Los profesores pueden animar a dibujar sus imágenes mentales del edificio para la actividad (ver fig.4).

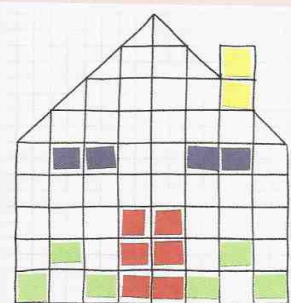
Jung, M. (2011). Number relationships in preschool. *Teaching children mathematics*, 551-557

Ejemplo 7: Desequilibrios cognitivos

Análisis de un situación de aprendizaje matemático en la Escuela Infantil (5 años)

Objetivo: Dotar de funcionalidad y sentido al número y a su designación (la numeración). Construir los aspectos relativos al número y la numeración como:

- «Memoria de la cantidad»: permite evocar una cantidad sin que esté presente (aspecto cardinal).
- «Memoria de la posición»: permite evocar el lugar de un objeto en una sucesión ordenada (aspecto ordinal).



Material:

- Un cartel con una casita decorada, según el modelo adjunto.
- Una ficha para cada niño/a con una casita, cuya cuadrícula estará sin decorar.
- Cajas que contienen pegatinas de colores.

Consigna: «Voy a poner en vuestra mesa una ficha que tiene una casita, cada niño/a debe decorarla de modo que quede exactamente igual que el modelo. En la mesa del profesor tenéis cajas que contienen pegatinas de colores. Debéis pedirme por escrito en un papel las pegatinas que necesitéis para completar vuestra casita, repito, justo las precisas, ni más ni menos».

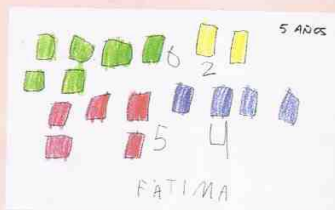
Los niños necesariamente deben desplazarse para ver el cartel-modelo de la casita y poder construir sus mensajes, pero una vez que están en su mesa, no le es accesible a la vista.

Producciones de los niños:

A. Mensajes formulados para pedir las pegatinas:



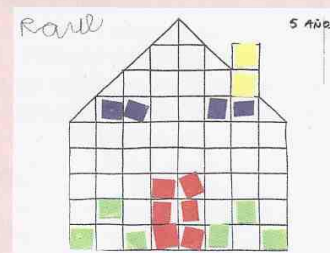
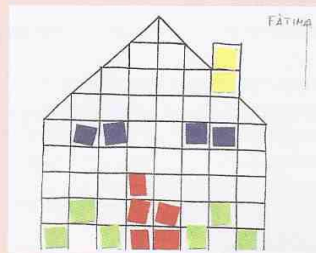
Los niños/as observan el cartel de la casita, formulan su mensaje, lo muestran a la maestra, esta lo lee y les da las pegatinas que piden.



Continúa

Continuación

B. Casitas construidas:



C. Validación que llevan a cabo los niños de sus producciones:

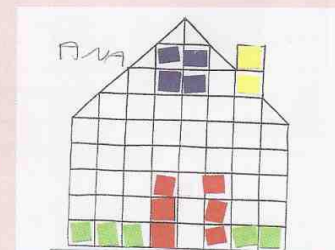
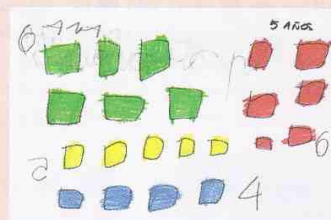
Cuando termina cada niño su casita, la maestra los invita a que comparen cada una de sus producciones con el cartel original. En el proceso de comparación van a obtener una «respuesta» del cartel-modelo. No necesitarán la reprobación del maestro, es la propia situación la que les responde sobre su acción: se trata de una situación que es *criterio* y *fuentes* de aprendizaje.

Tanto Fátima como Raquel sufrirán un desequilibrio cognitivo: no han construido sus casitas de acuerdo con el modelo. ¿En qué se han equivocado? ¿Deben modificar sus «mensajes»? ¿Deben modificar la posición de las pegatinas?

Actividad 7:

En la situación anterior, «La casita», Ana realizó las siguientes producciones:

- Formuló un mensaje para pedir sus pegatinas.
- Construyó su casita.



Determine las respuestas que puede obtener Ana del medio y los desequilibrios que le provocarán.

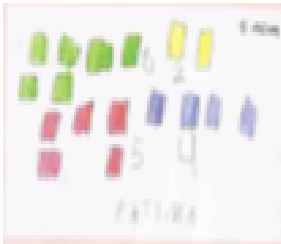
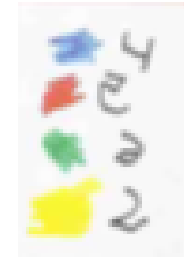
¿Qué conocimientos relativos al número y a su designación debe modificar?

Aspecto cardinal («memoria de la cantidad»).

Aspecto ordinal («memoria de la posición»).

Se observan obstáculos en el aprendizaje con distinto origen:

Epistemológico: la mayor parte de las producciones muestran que no se ha asumido totalmente la cardinalidad del conjunto, pues solo en una de ellas aparece una lista con la cantidad de pegatinas de cada color



En el resto, el hecho de contar los elementos del conjunto haciendo corresponder la secuencia numérica con cada elemento del conjunto no les ha llevado directamente a la cantidad total del mismo sin necesidad de escribir cada elemento (aspecto cardinal del número).

El conocimiento de la *cantinelita* puede constituir un obstáculo en la cardinación de colecciones: por ejemplo, contando los elementos de un conjunto a la vez que se señalan 1, 2, 3 no se pasa de *el tres* (elemento número 3) a *los tres* (el conjunto tiene tres elementos).

Se observan obstáculos en el aprendizaje con distinto origen:

Didáctico: a veces, las decisiones que toma el maestro, dirigidas por el propio sistema educativo, pueden llevar a trabajar de forma ostensiva la cantinela, sin asociarla al significado de cada número como cardinal u ordinal.



Ontogenético: falta de maduración en la inclusión de clases, es decir, la existencia del 2º elemento del conjunto implica la del 1º (aspecto ordinal del número).

Se observan obstáculos en el aprendizaje con distinto origen:

Didáctico: a veces, las decisiones que toma el maestro, dirigidas por el propio sistema educativo, pueden llevar a trabajar de forma ostensiva la cantinela, sin asociarla al significado de cada número como cardinal u ordinal.



Ontogenético: falta de maduración en la inclusión de clases, es decir, la existencia del 2º elemento del conjunto implica la del 1º (aspecto ordinal del número).